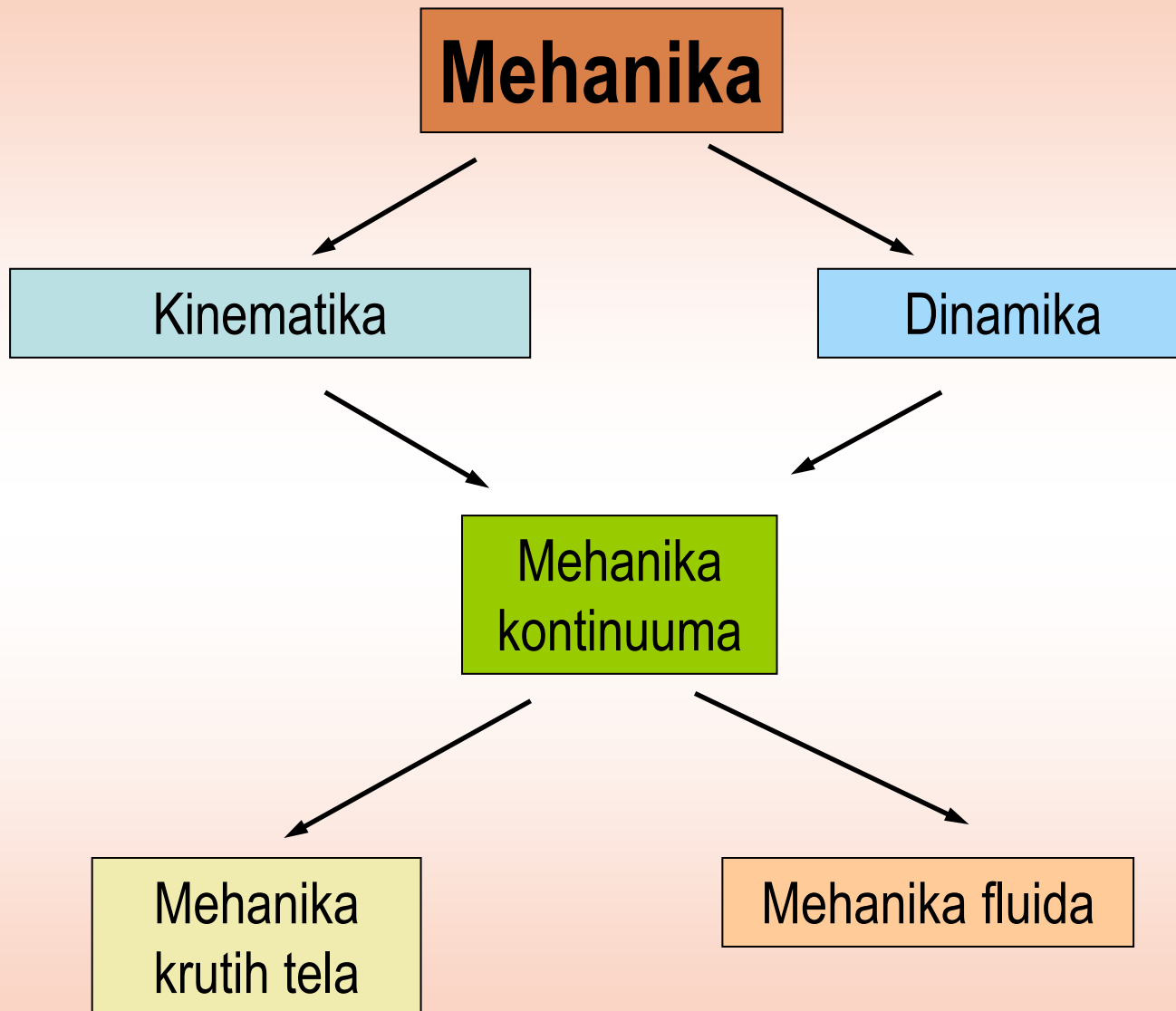


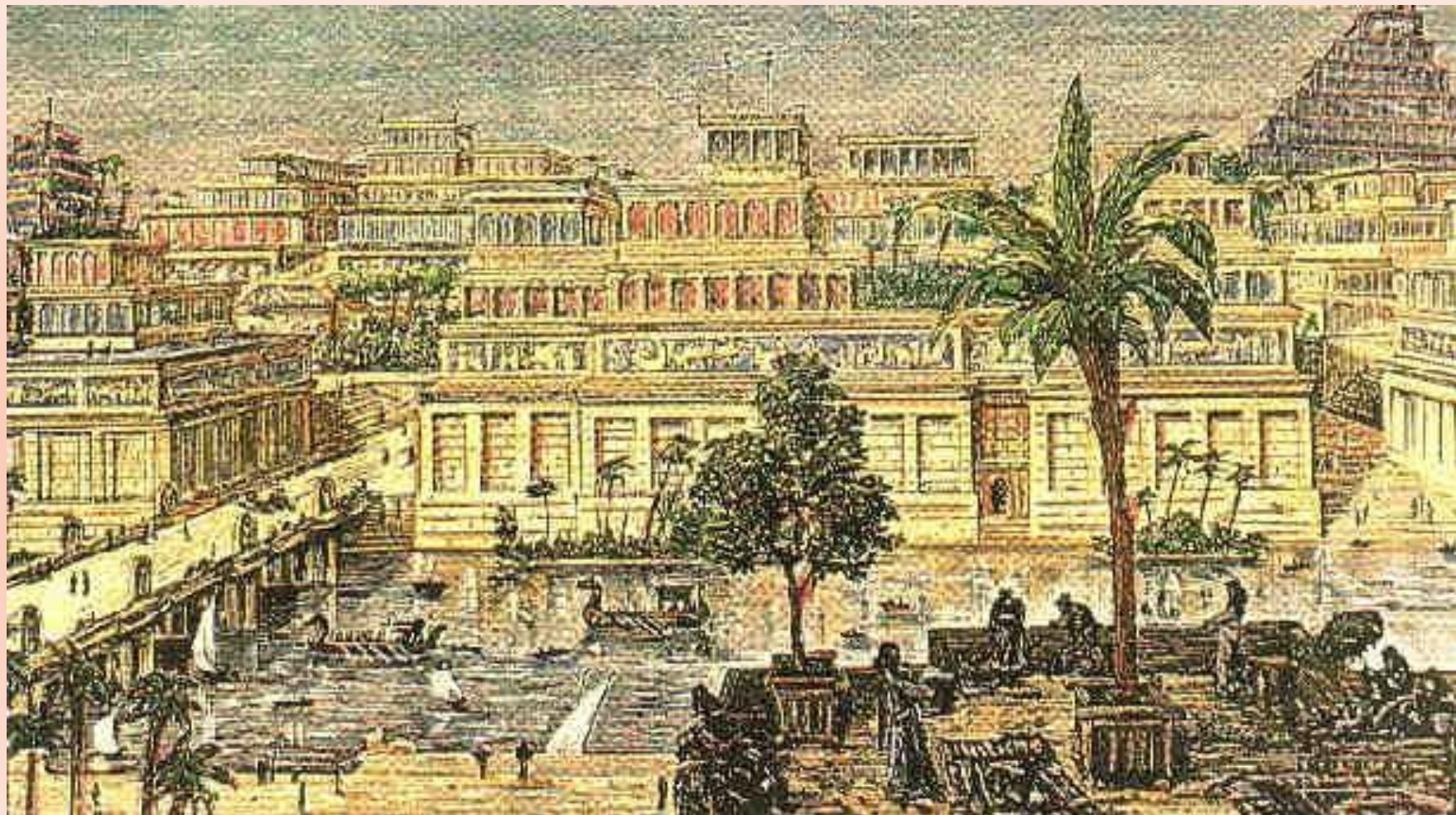


# Osnove hidrotehnike, hidromehanike i geotehnike

## Uvodno predavanje

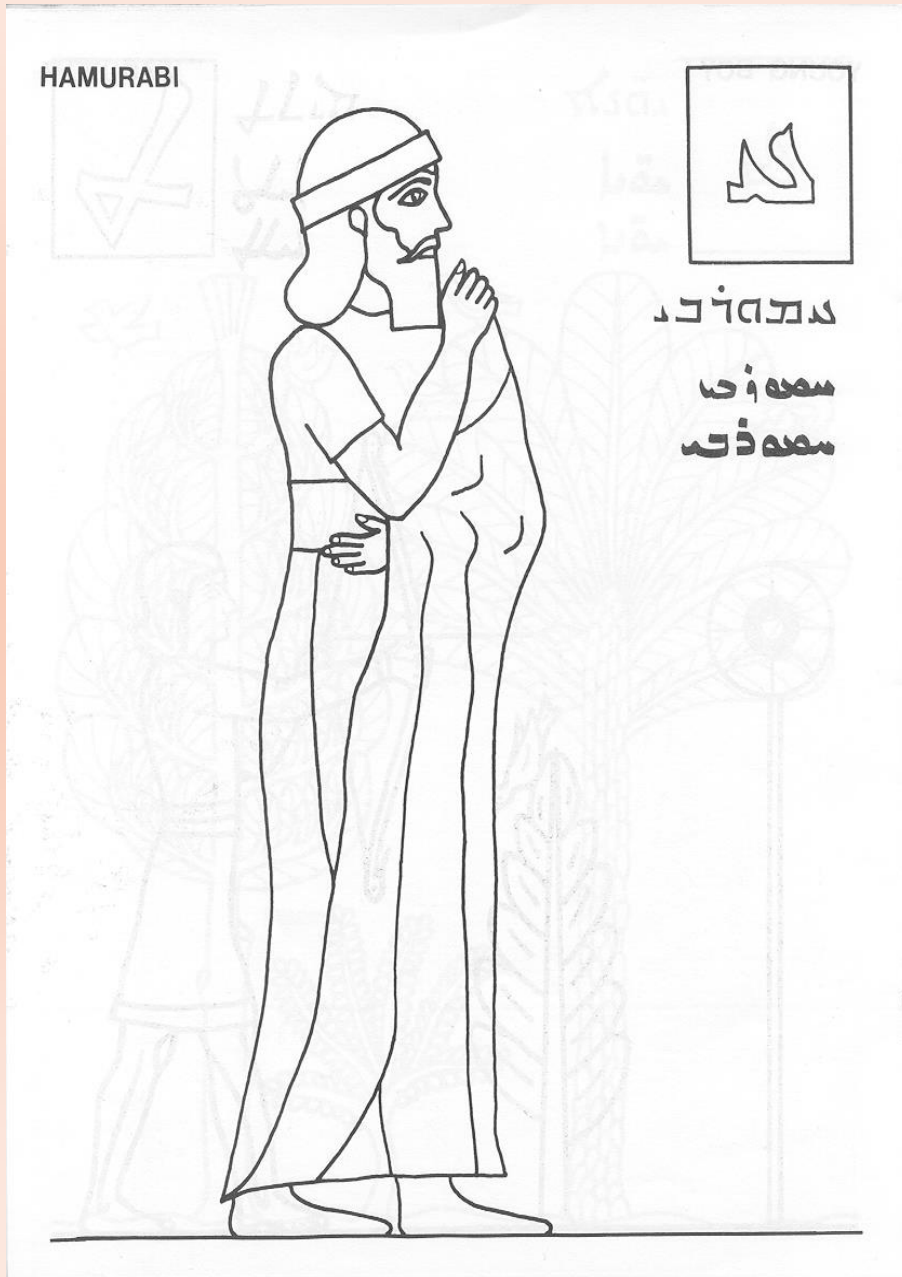


## *Kratka istorija mehanike fluida (1)*



**Babilon: sistem za navodnjavanje, "zakon o vodama!"**

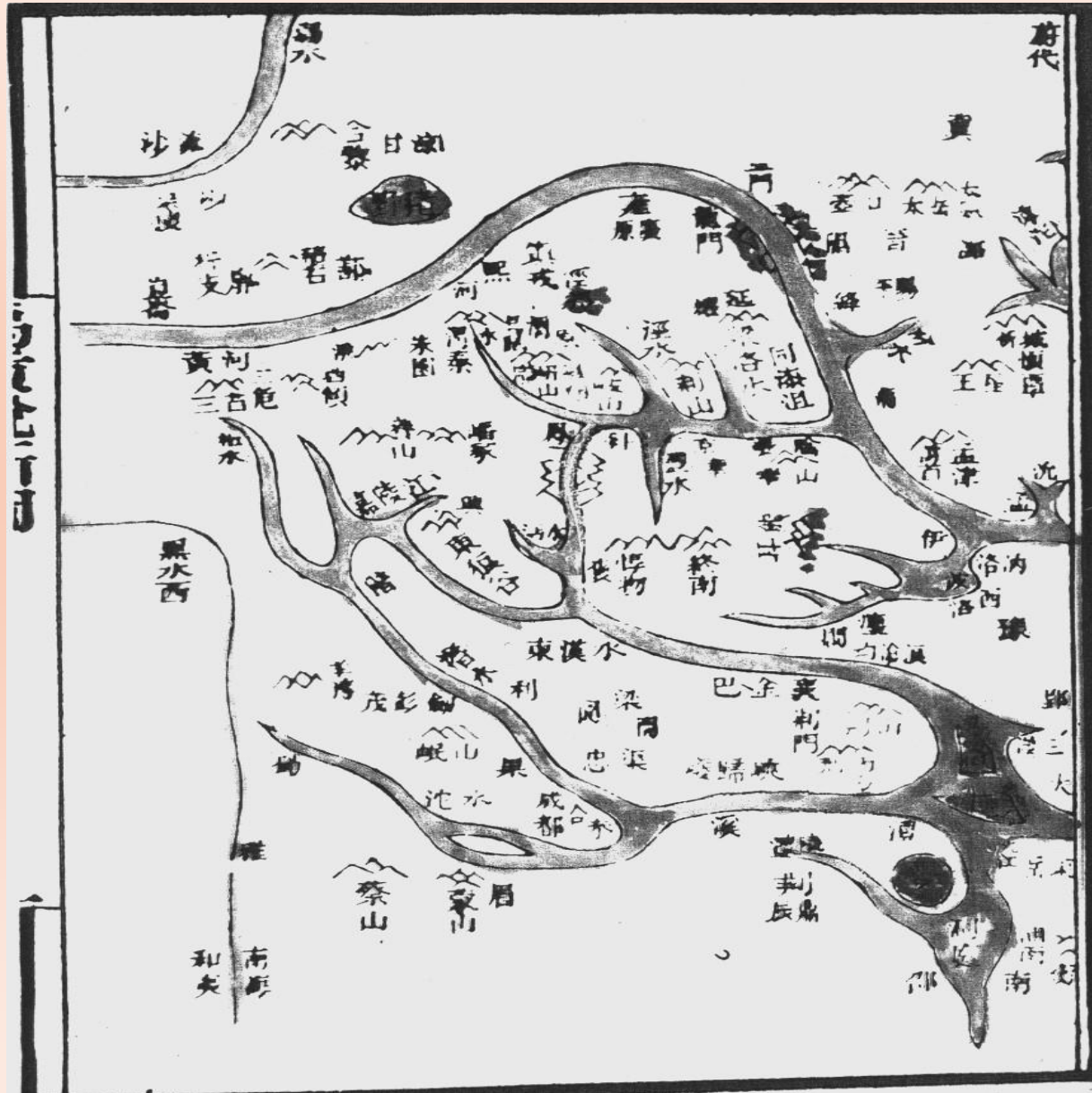
## *Kratka istorija mehanike fluida (2)*



**Hamurabi-jev zakonik 18 vek.pr.n.e:**

**deo 55: Ako neko otvori svoje ustave da navodnjava svoje useve, ali je nepažljiv i voda poplavi polje njegovog suseda, mora susedu nadoknaditi gubitak svojim žitom.**

## Kratka istorija mehanike fluida (3)



navodnjavanje,  
izgradnja brana i  
ostale tehnike  
navodnjavanja bile  
su poznate i u staroj  
Kini.

## *Kratka istorija mehanike fluida (4)*



**za naftaše:**

**Xinhai Salt Well, Zigong,  
Sichuan**

**aparatura pokretana ručno!**

**dubina bušotine 1001 m!**

**bila u upotrebi od 1835. do  
1966.**

## *Kratka istorija mehanike fluida (5)*



**rani Egipat, ca 3000  
g.pr.n.e: žezlo kralja  
Škorpion-a:**

**kralj ritualno otvara sistem  
za navodnjavanje!**



## *Kratka istorija mehanike fluida (6)*



**rani Egipat, doba faraona:**

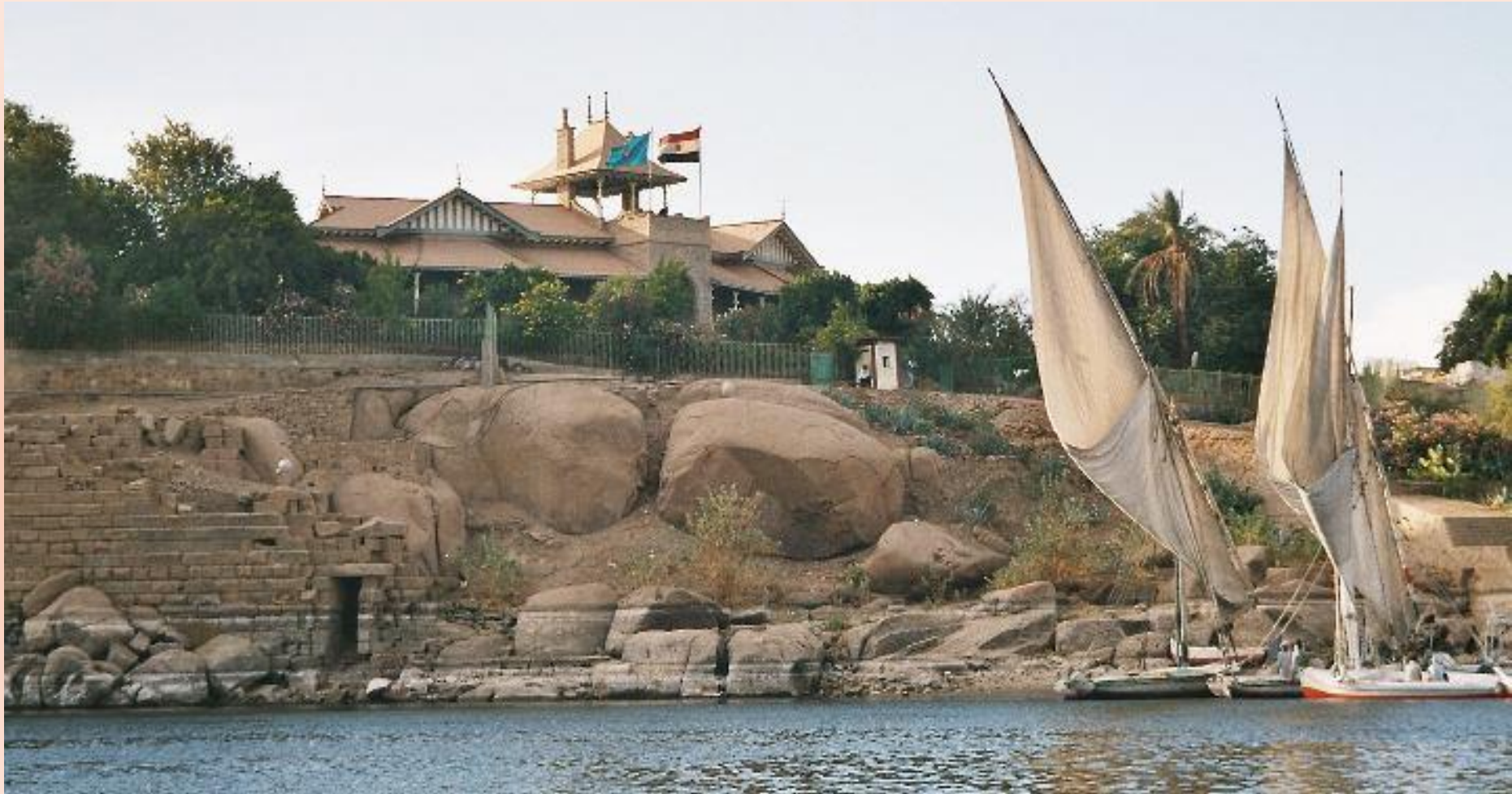
**navodnjavanje = preživljavanje!**

**Nilometar kod Elefantin-a**

**i danas se može rekonstruirati  
vodostaj Nila kroz Egipatsku  
istoriju!**



## *Kratka istorija mehanike fluida (7)*



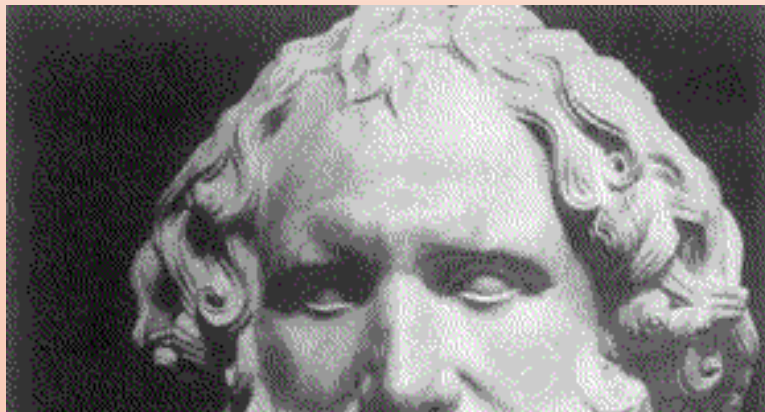
**Nilometar kod Elefantin-a (pogled sa Nila)**

## *Kratka istorija mehanike fluida (8)*



**Inke: Machu-pichu je izdržao 4 veka bez održavanja drenaža  
(2000 mm godišnjih padavina!)**

## *Kratka istorija mehanike fluida (10)*



**Stara Grčka, Rimsko carstvo,  
sanitarni i vodovodni objekti**

**Arhimed (287-212), prvi pravi  
hidrauličar, matematičar i mehaničar**



**Prvi naučni dokument,  
„O telima koja plivaju” (250  
p.n.e)**

**Arhimedov zakon (uzgon), specifična  
težina i dr.**

## *Kratka istorija mehanike fluida (11)*



**Arapi su sistematski prevodili grčka dela, a evropljani su u starom veku prevodili sa arapskog...**

**do renesanse je crkvena dogma sprečavala napredak**

**Euklid i Herman Dalmatin (ca 1110-1160) -prevodioc sa arapskog!**

# Leonardo da Vinci (Italija 1452-1519)



(a)



(b)

direktno proučavanje prirode - mlazovi, talasi, vrtlozi, let ptica...

princip kontinuiteta

# Simon Stevin (Nizozemska 1548-1620)



Stevin “Načela hidrostatičke”  
(1585.)

**pritisak = težina stupca  
iznad**

**hidrostatički paradoks**

# Galileo Galilei (Italija 1564-1620)



**opit = osnova znanosti**

**studenti:**

**Abbe Benedetto Castelli  
(princip kontinuiteta ponovo)**

**Evangelista Torricelli  
(geometrija mlazova,  
barometar)**

**Edme Mariotte (Francuska 1620-1684) i**

**Robert Boyle (Engleska 1627-1691)**

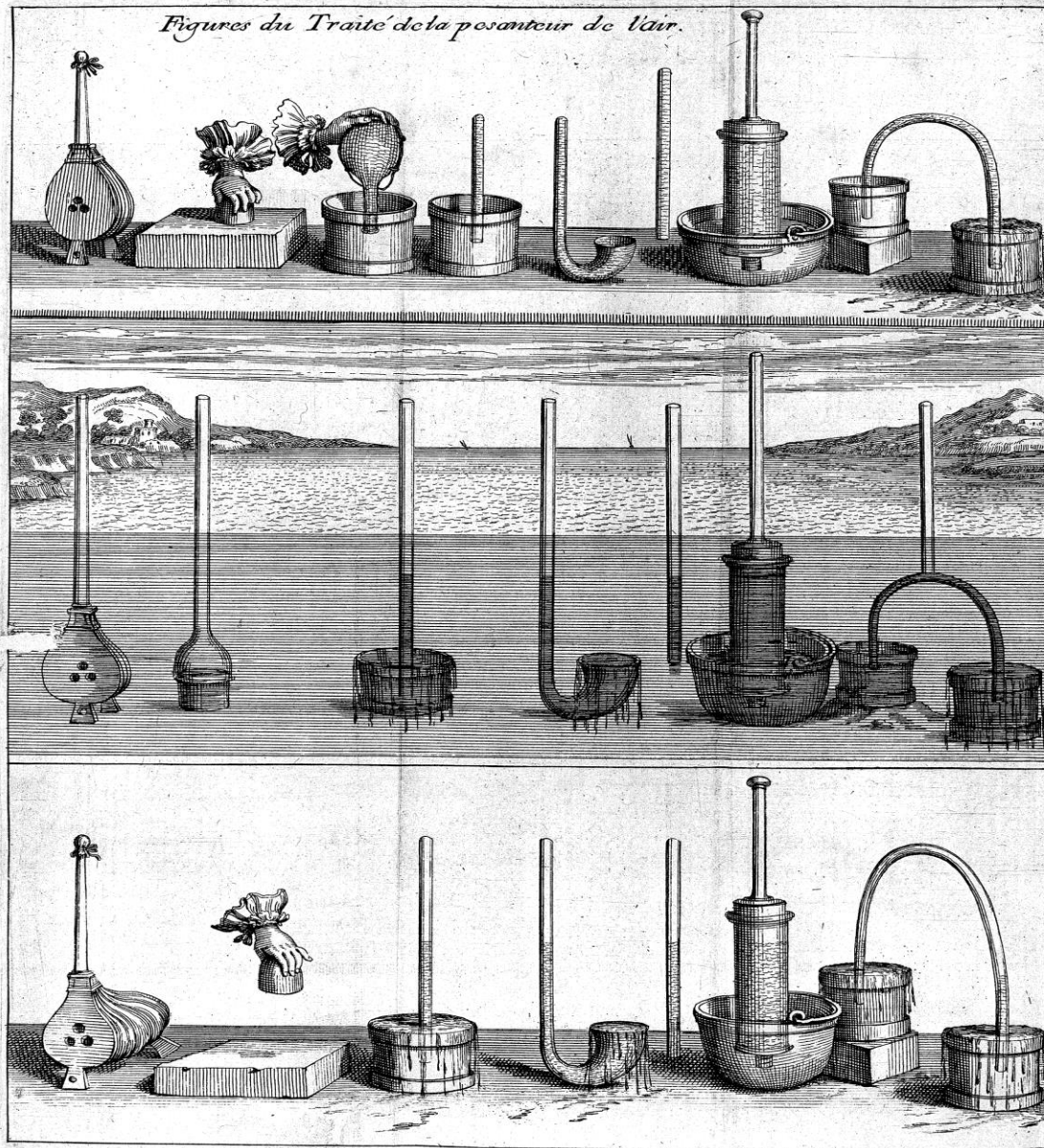


**Boyle-Mariott-ov zakon:**

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (T = \text{konst.})$$



# Blaise Pascal (Francuska 1623-1662)

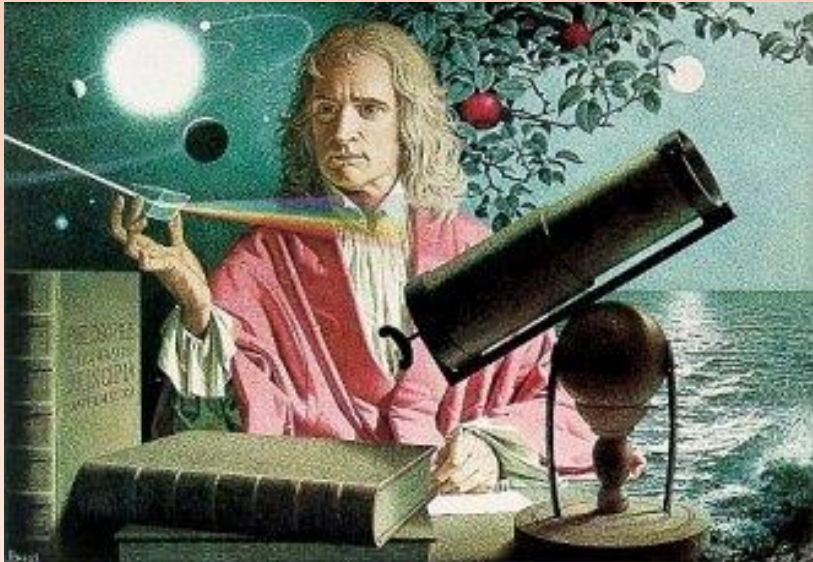


Pascal-ov zakon

kompletirao osnovne  
principe hidraulike

**Gottfried W. Leibnitz (Njemačka 1646-1716) i**

**Isaac Newton (Engleska 1642-1727)**



**diferencijalni račun**

**+**

**Newton-ovi aksiomi**

**=**

**alat potreban za teretsku  
mehaniku fluida!**

# Johan Bernoulli (Švicarska 1667-1748)



**osnove matematičke teorije hidraulike**

# Daniel Bernoulli (Švajcarska 1700-1782)

- Fizičar i matematičar
- 1738. “Hidrodinamika”
  - Zavisnost između pritiska, visine i brzine kretanja tečnosti-Bernulijeva jednačina
  - Razradio kinetičku predstavu o gasovima
  - Započeo razmatranje pogona broda pomoću reakcije vode
  - Uticaj statičke stabilnosti na ljuljanje i valjanje broda



# Daniel Bernoulli (Švajcarska 1700-1782)



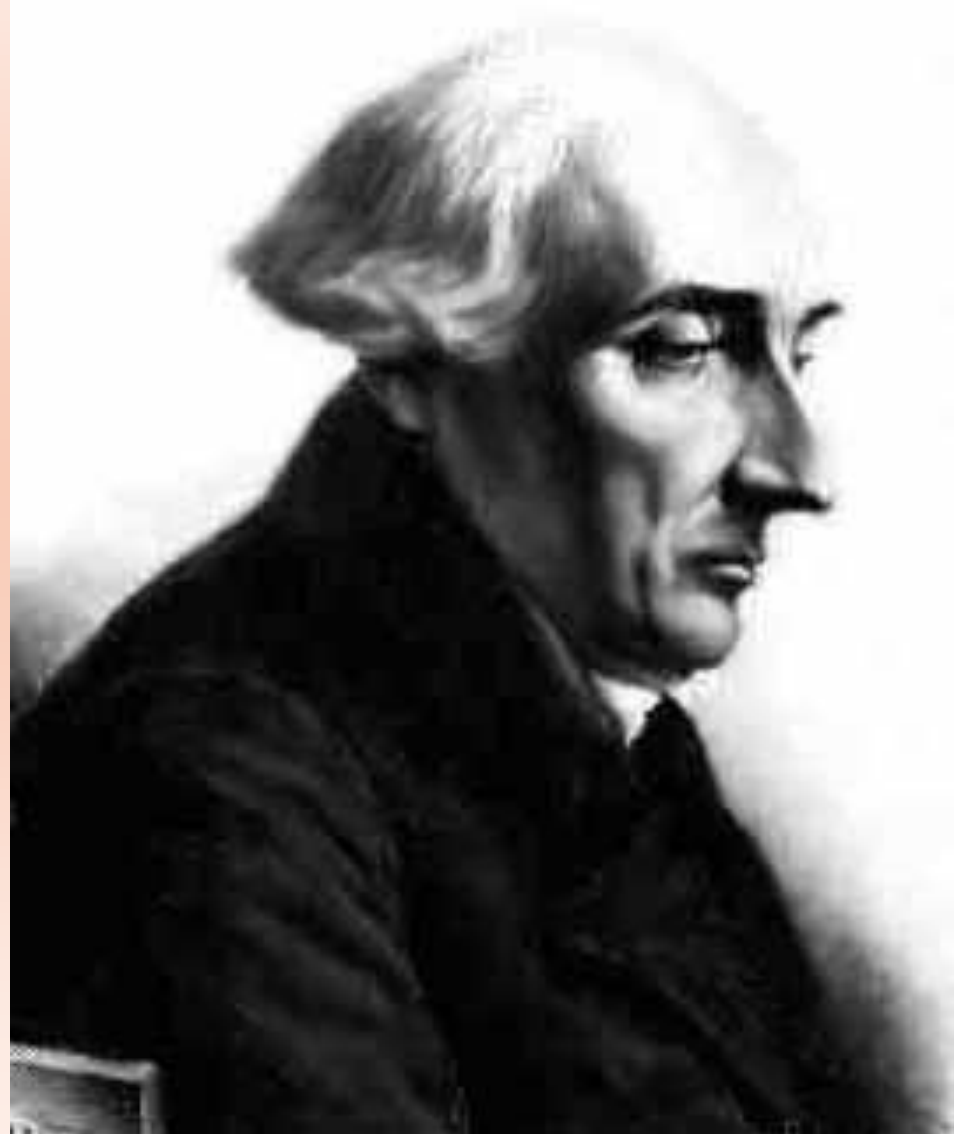
# Leonard Ojler

- 1755. “Opšti principi kretanja tečnosti”
  - Diferencijalna jednačina kretanja idealne tečnosti
  - Teorema o promeni količine kretanja (impulsa) za tečnosti i gasove
  - Osnovna teorija turbina i reaktivnog Segnerovog kola
  - Priroda otpornih sila sa razjašnjenjem Dalamberovog paradoksa



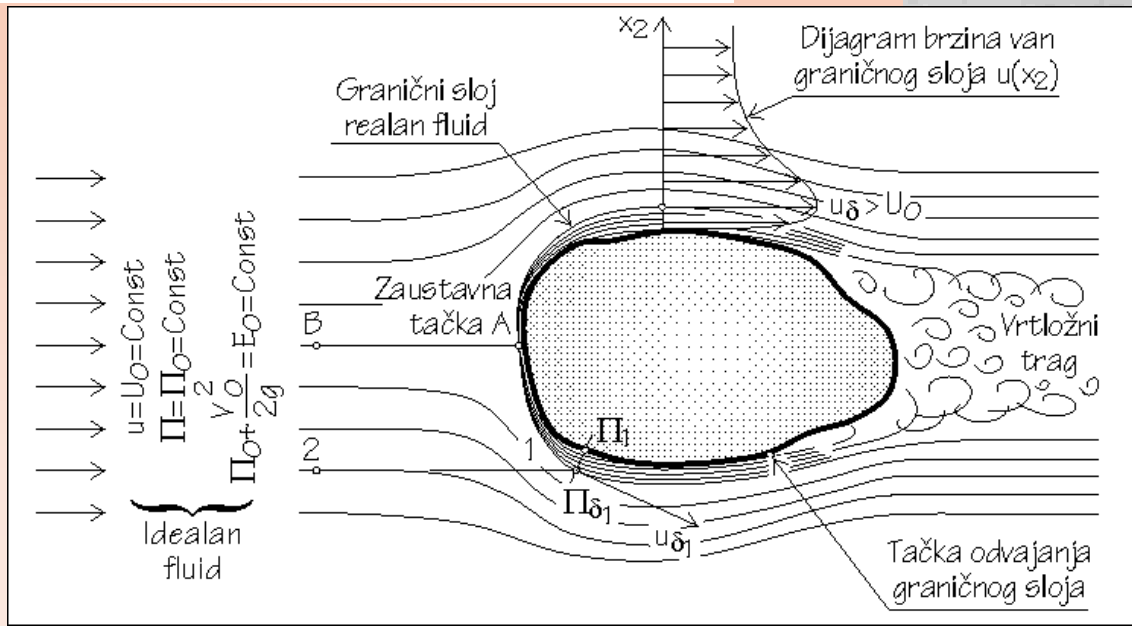
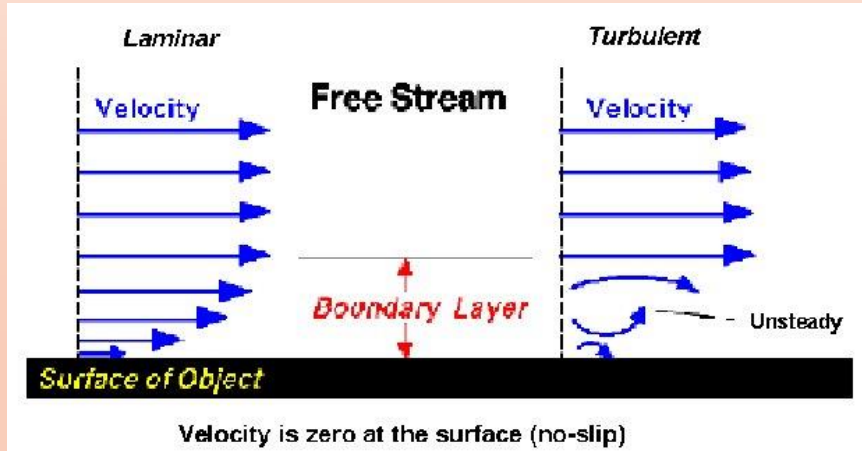
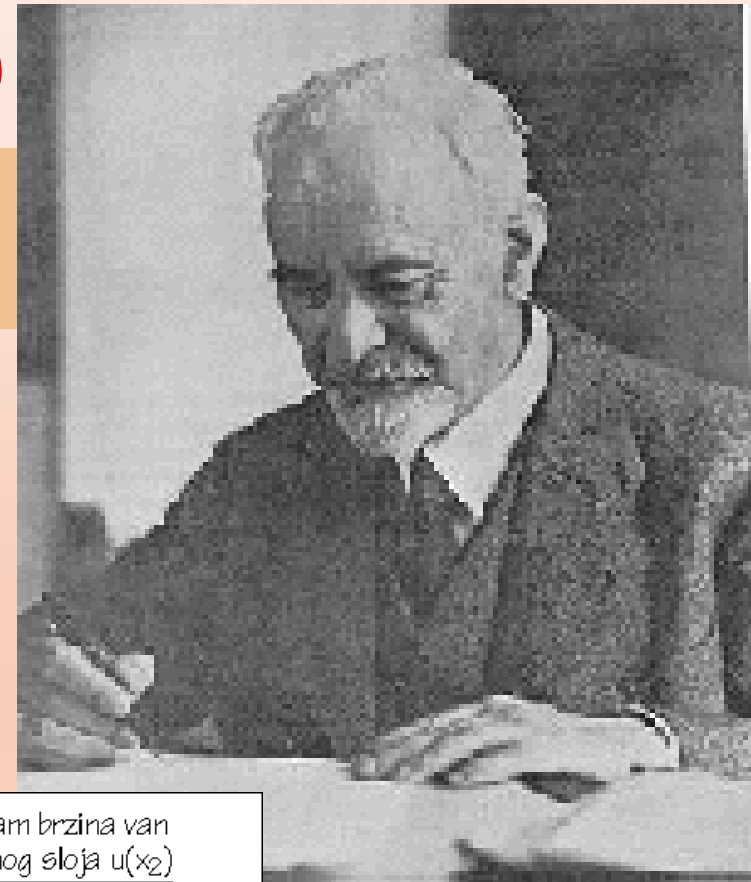
# Žozef Luj Lagranž (1736-1813)

- Matematičar i astronom
- Diferencijalne jednačine kretanja idealne tečnosti
- Dinamički uslovi pri kojima može da postoji bezvrtložno kretanje sa potencijalom brzine



# Ludvig Prantl (1875-1953)

Otac savremene mehanike fluida  
- Teorija graničnog sloja, 1904.





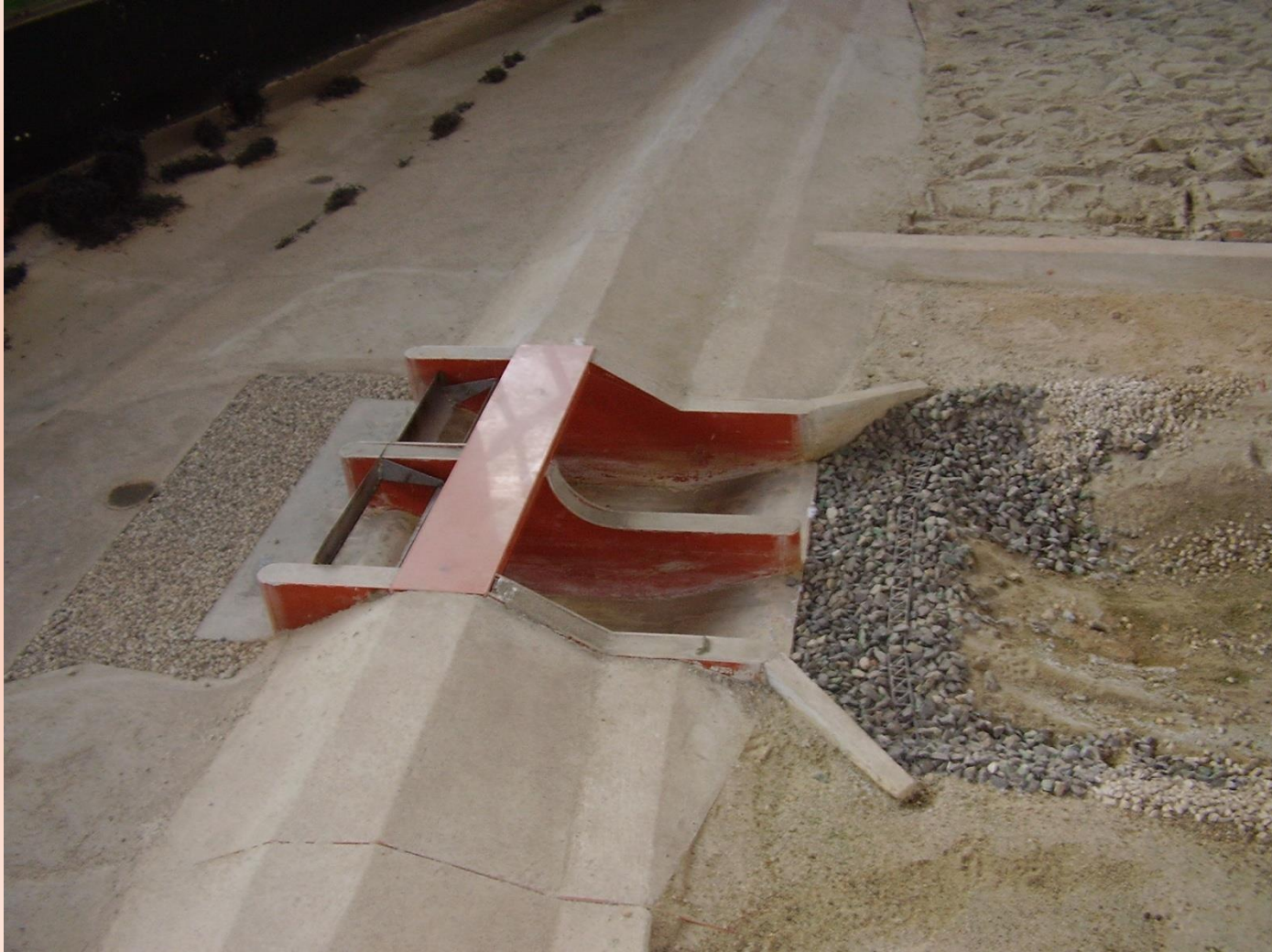
# Savremena mehanika fluida

- Najveći razvoj doživljava 40-tih godina 20.veka
- Nove nauke: aerodinamika, gasnadinamika, magnetna i hemijska hidrodinamika, CFD
- Žukovski i Čapljigin, uzgonska sila na krilu
- Prantl, dif. jedn. laminarnog graničnog sloja
- Blazijus, Locijanski i Šlihting, primena gornjih jednačina
- Aerodinamički tuneli, eksperimentalni bazeni, kavitacijsko i udarno-talasne cevi, brzinski hidrodinamički kanali
- Turbulentnost, hipoteze Prantla, Karmana, Tejlora i dr.
- Geofizička hidrodinamika, reologija, hidrologija, hidrometrija, kretanje talasa, prenošenje nanosa, nestacionarna kretanja, transport mase i toplote, bio-fluidika, transport cevima, korišćenje energije vetra, talasa, plime i oseke, kontrolisanih i konvencionalnih i atomskih eksplozija.

# *Savremena mehanika fluida*



# *Savremena mehanika fluida*



# *Savremena mehanika fluida*



*Nakon toga počinje nagli razvoj mehanike fluida...*



# *Aerodinamički tunel*



# *Hidrotehnika*



# *Hidrotehnika*

An aerial photograph showing a large dam structure across a river, with a reservoir on the right side. In the background, a city with various buildings and roads is visible. The image is used as a background for the presentation slide.

- *Delatnost vezana za vodu*
- *Hidrotehnički objekti i sistemi*
  - projektovanje*
  - izgradnja*
  - održavanje*
- *Hidrotehnički sistem:*
  - Hidrotehnički objekti*
  - Infrastrukturna mreža*



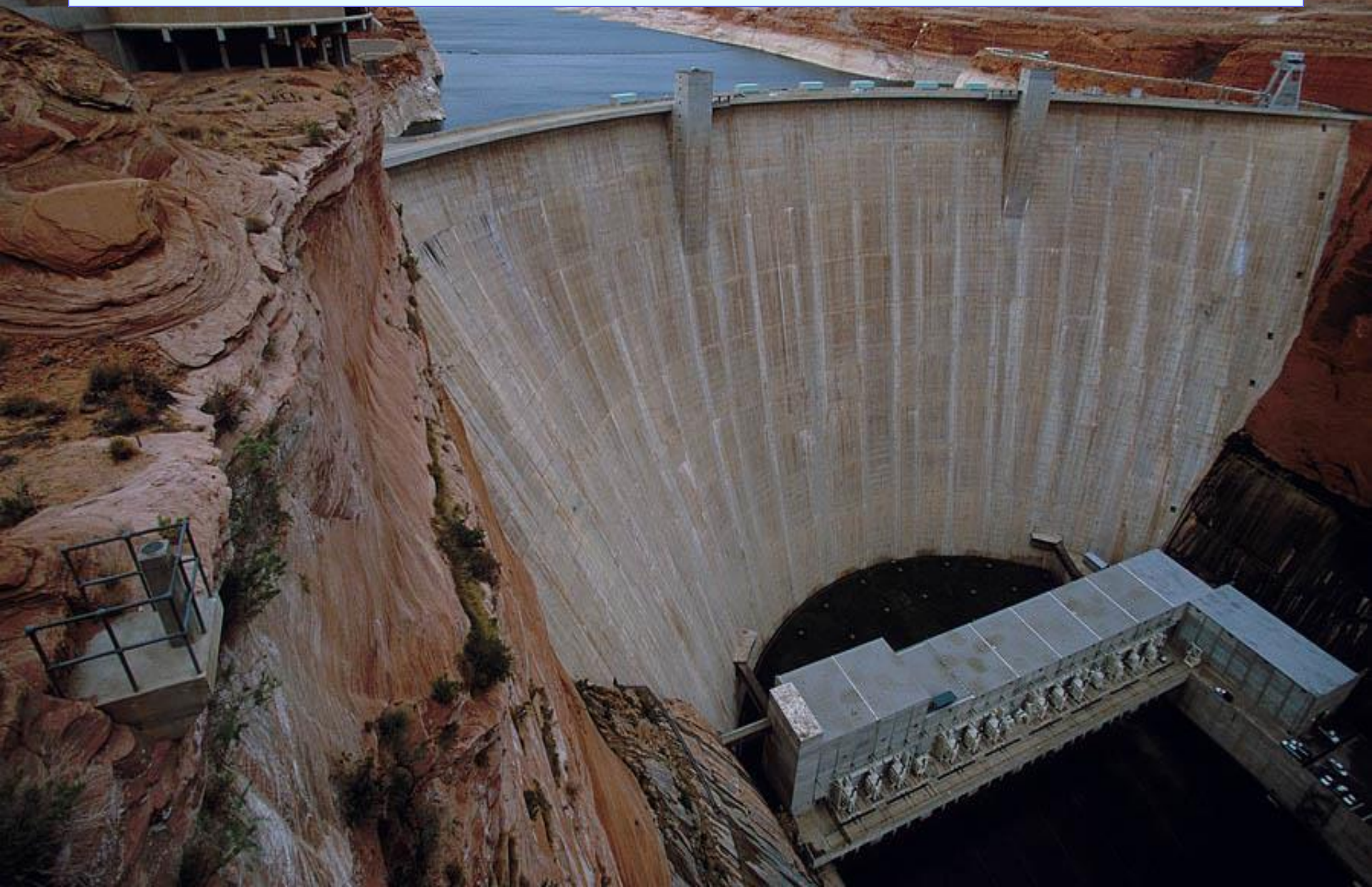
# *Hidrotehnički objekti*

- *Vodozahvati (gravitacioni, crpne stanice)*
- *Veštačke pregrade u vodotoku (brane)*
- *Objekti za regulaciju nivoa i proticaja na sistemu (ustave)*
- *Objekti za evakuaciju viškova vode iz odvodnog sistema u recipijent (ispusti ili crpne stanice)*
- *Objekti za zaštitu od poplava u ravničarskim predelima (nasipi)*

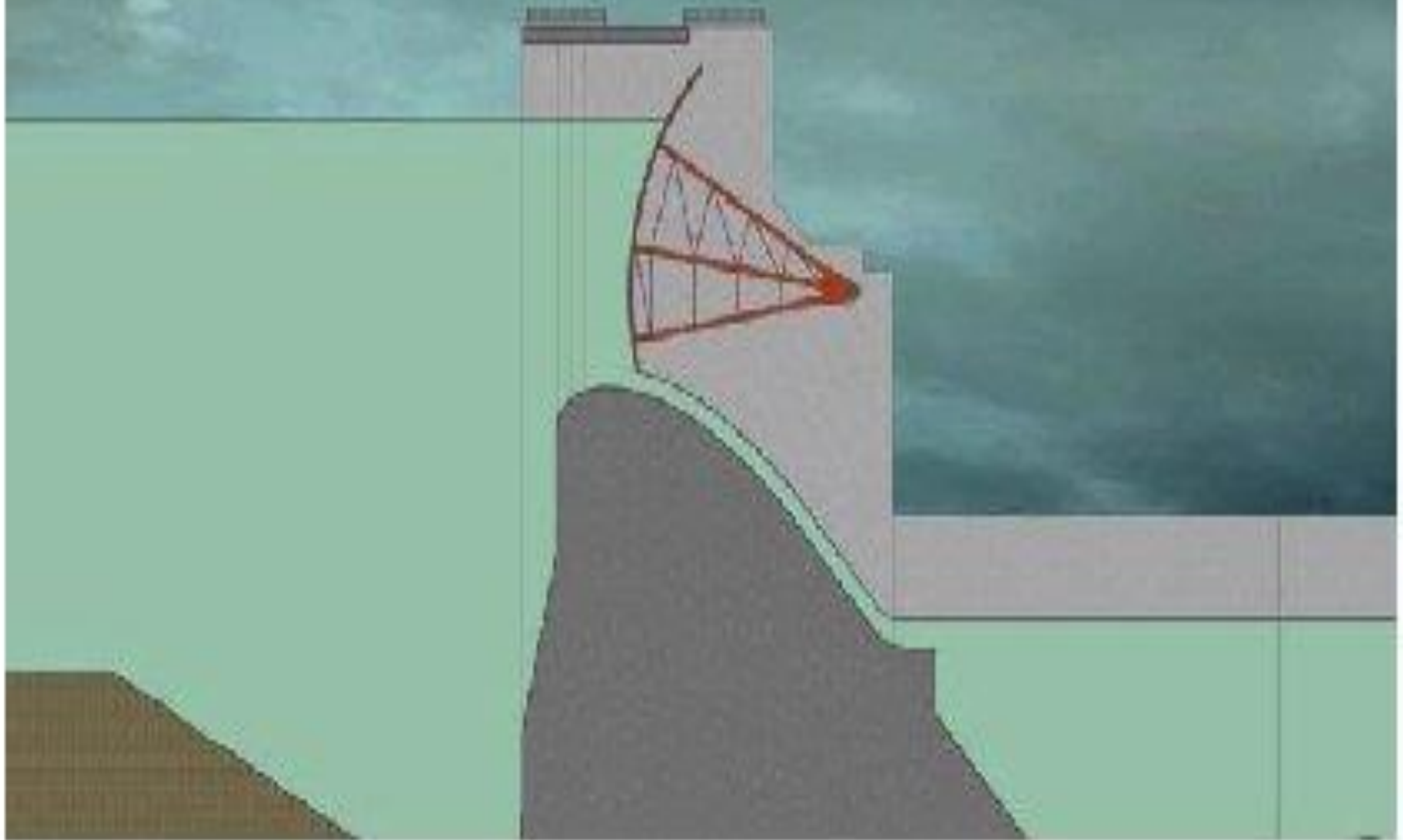
# ***Brana-hidrotehnički objekat***



# *Brana-hidrotehnički objekt*



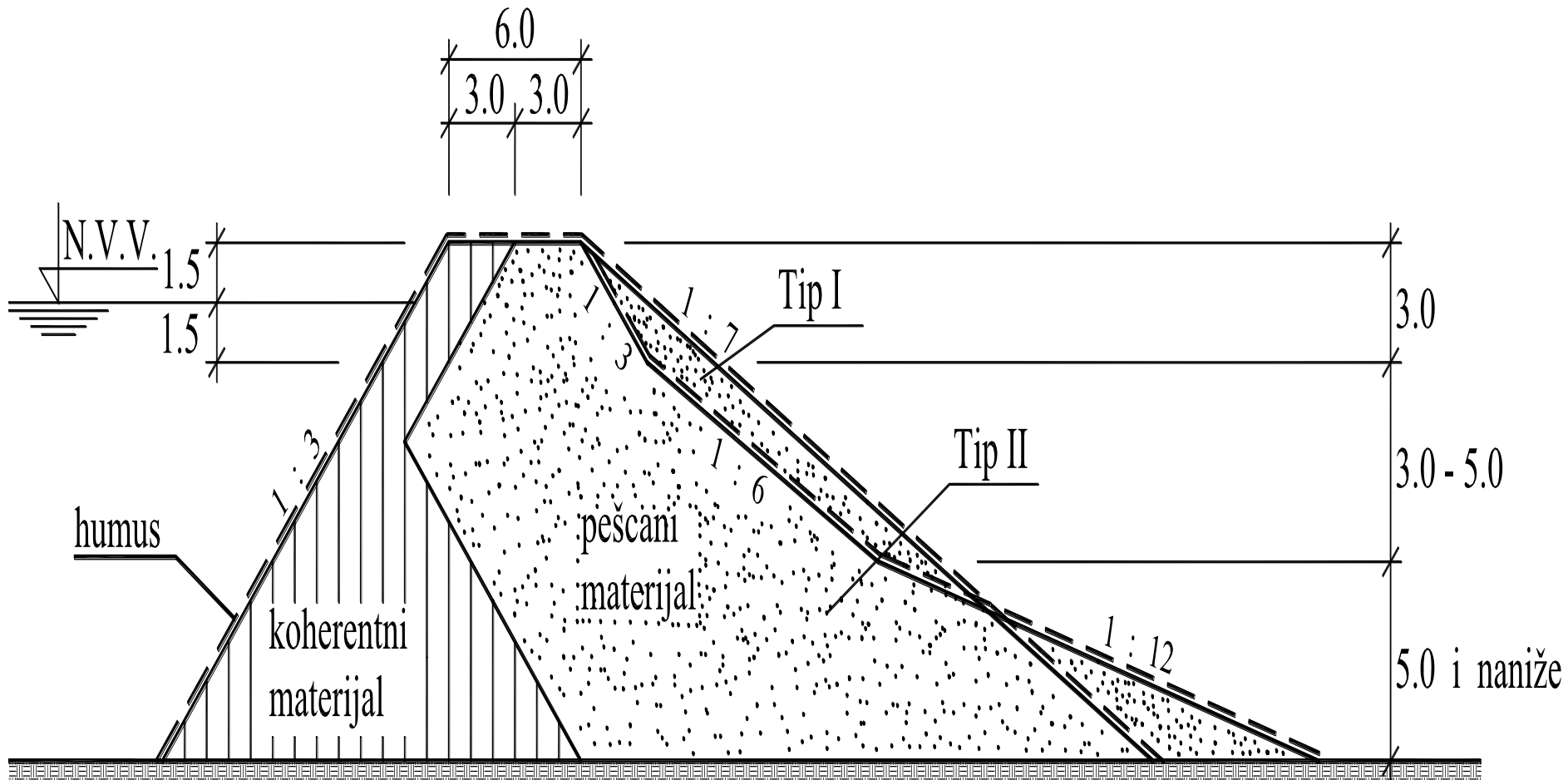
# *Segmentni zatvarč*



# *Proboj nasipa*



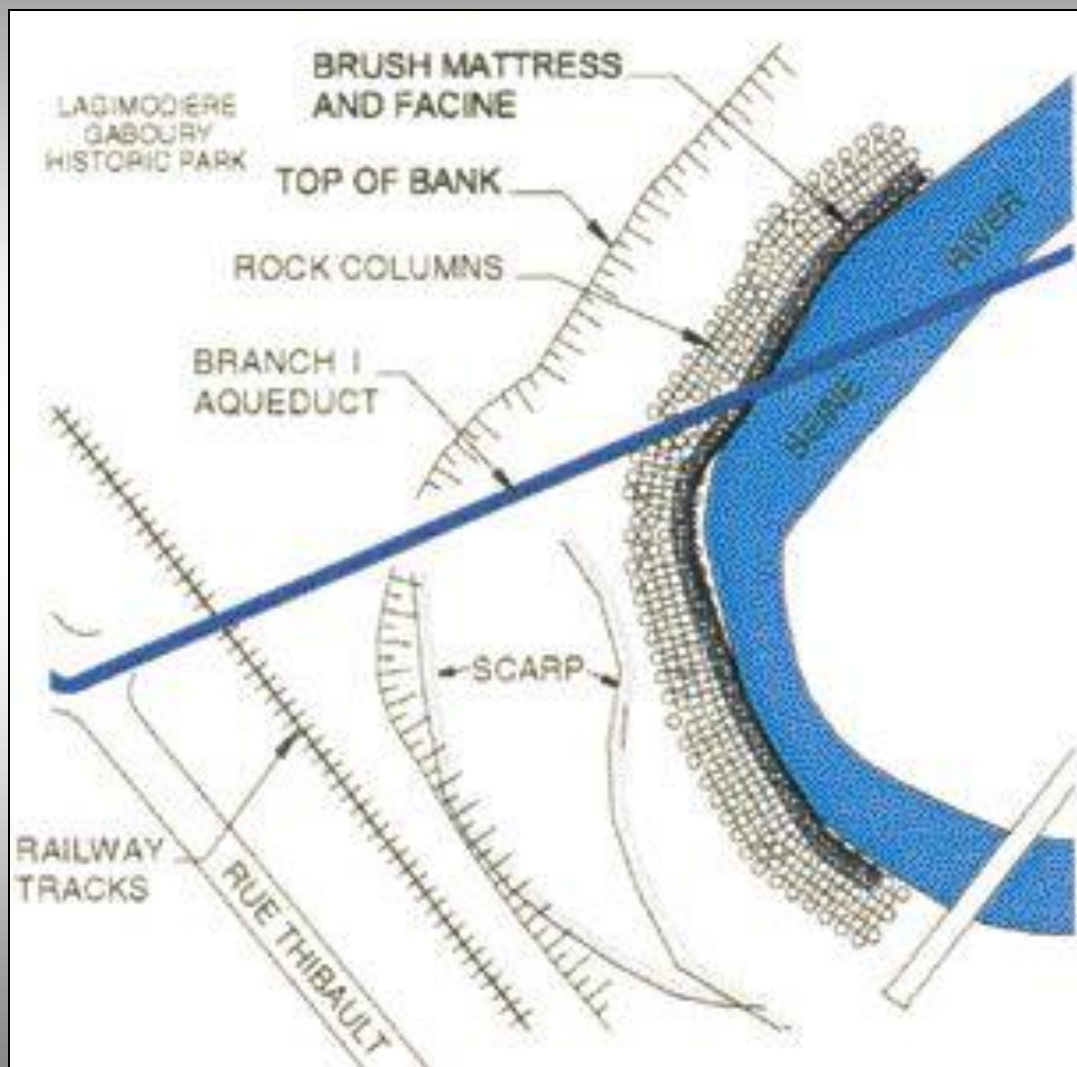
# Preporučeni tipski profil nasipa na odbrambenim linijama u Vojvodini



# *Hidrotehnički objekti*

- *Objekti za regulaciju rečnog toka  
(obaloutvrde, naperi, traverze, pragovi...)*
- *Objekti za istovar i utovar robe na plovnom  
putu (pristaništa)*

# *Obaloutvrda*





# *Pristanište za brodove*



- *Objekti za savlađivanje denivelacija na plovnom putu (prevodnice)*
- *Objekti za izravnavanje kapaciteta izvorišta i potrošnje vode (rezervoari)*
- *Objekti za savlađivanje velikih padova i erozije dna vodotoka (kaskade)*
- *Objekti za ukrštanje saobraćajne infrastrukture i vodnih tokova (mostovi, propusti, dikeri)*

# *Brodska prevodnica*



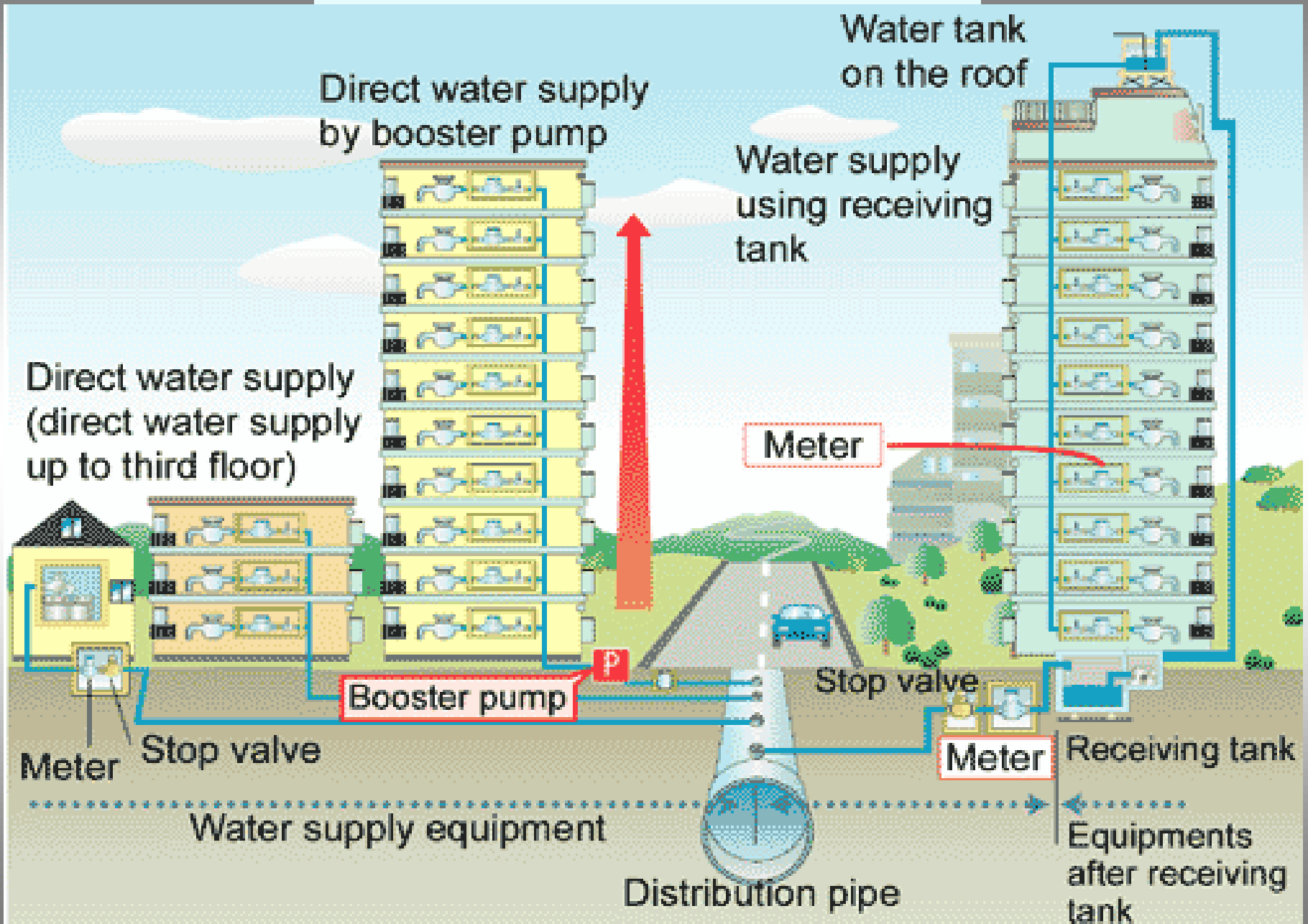
# *Vodotoranj-kula rezervoar*



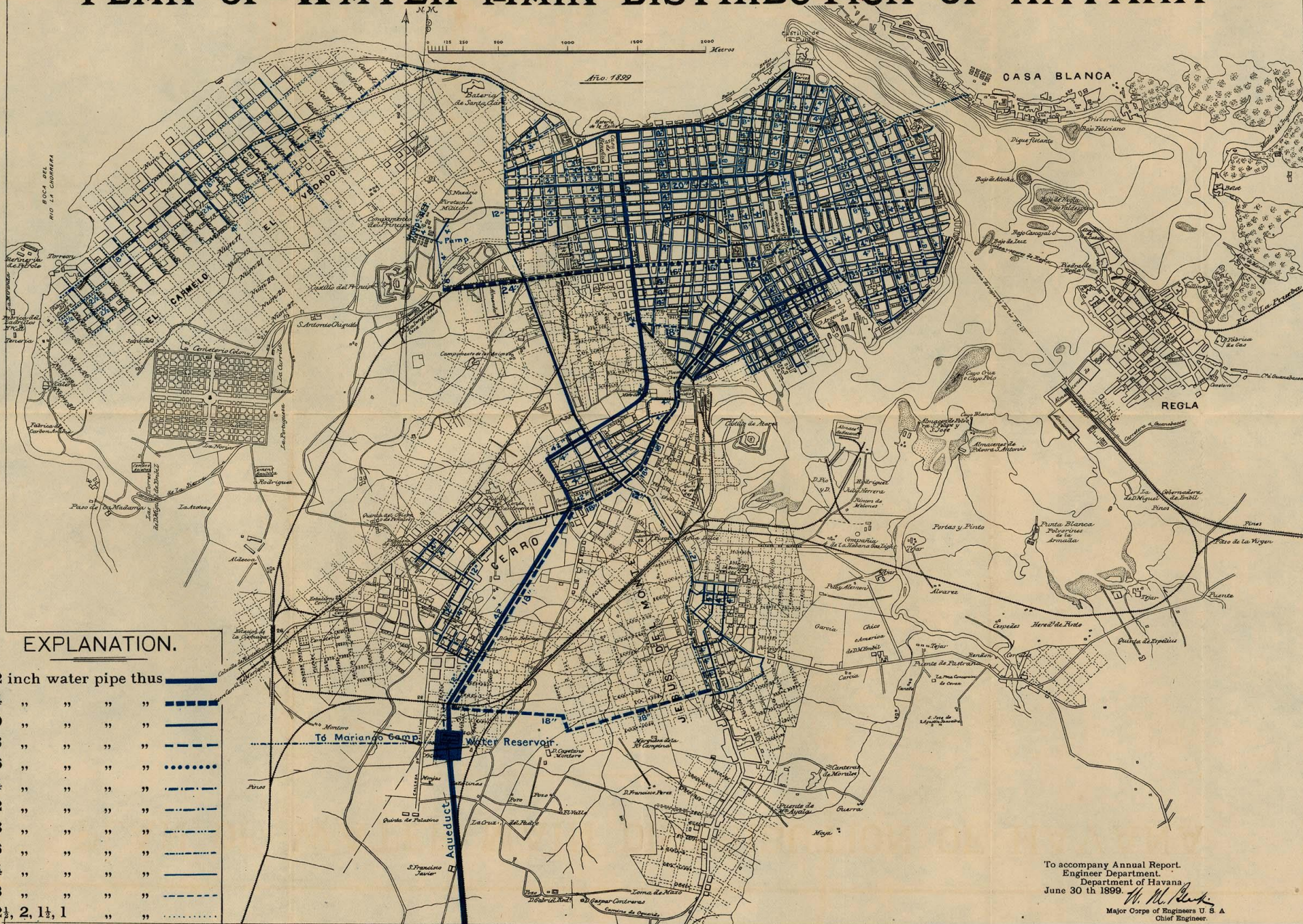
# *Podela hidrotehnike*

- *Prema nameni hidrostatičkih sistema i njihovoj nameni:*
  - a) *Snabdevanje vodom i kanaliziranje naselja*  
(*komunalna hidrotehnika, sanitarna hidrotehnika ili vodovod i kanalizacija*)
    - a1) *Vodovod- sastavni delovi:*
      - vodozahvat (površinske ili podzemne)*
      - uređaji za kondicioniranje vode (fabrika vode)*
      - rezervoari (ukopan sa crpkama, u brdu vodotoranj)*
      - infrastrukturalna mreža (cevovodi i kanali)*

# Vodovod



# PLAN OF WATER MAIN DISTRIBUTION OF HAVANA



## EXPLANATION.

42 inch water pipe thus	
24 " " " "	
20 " " " "	
18 " " " "	
16 " " " "	
14 " " " "	
12 " " " "	
8 " " " "	
6 " " " "	
4 " " " "	
3 " " " "	
2, 2 1/2, 1 " " " "	

To accompany Annual Report.  
 Engineer Department.  
 Department of Havana  
 June 30 th 1899.  
*M. M. Roca*  
 Major Corps of Engineers U. S. A.  
 Chief Engineer.

*a) **Kanalizacija**- sistem za prikupljanje, odvođenje i prečišćavanje otpadnih i atmosferskih voda naselja i industrije*

*- slivnici*

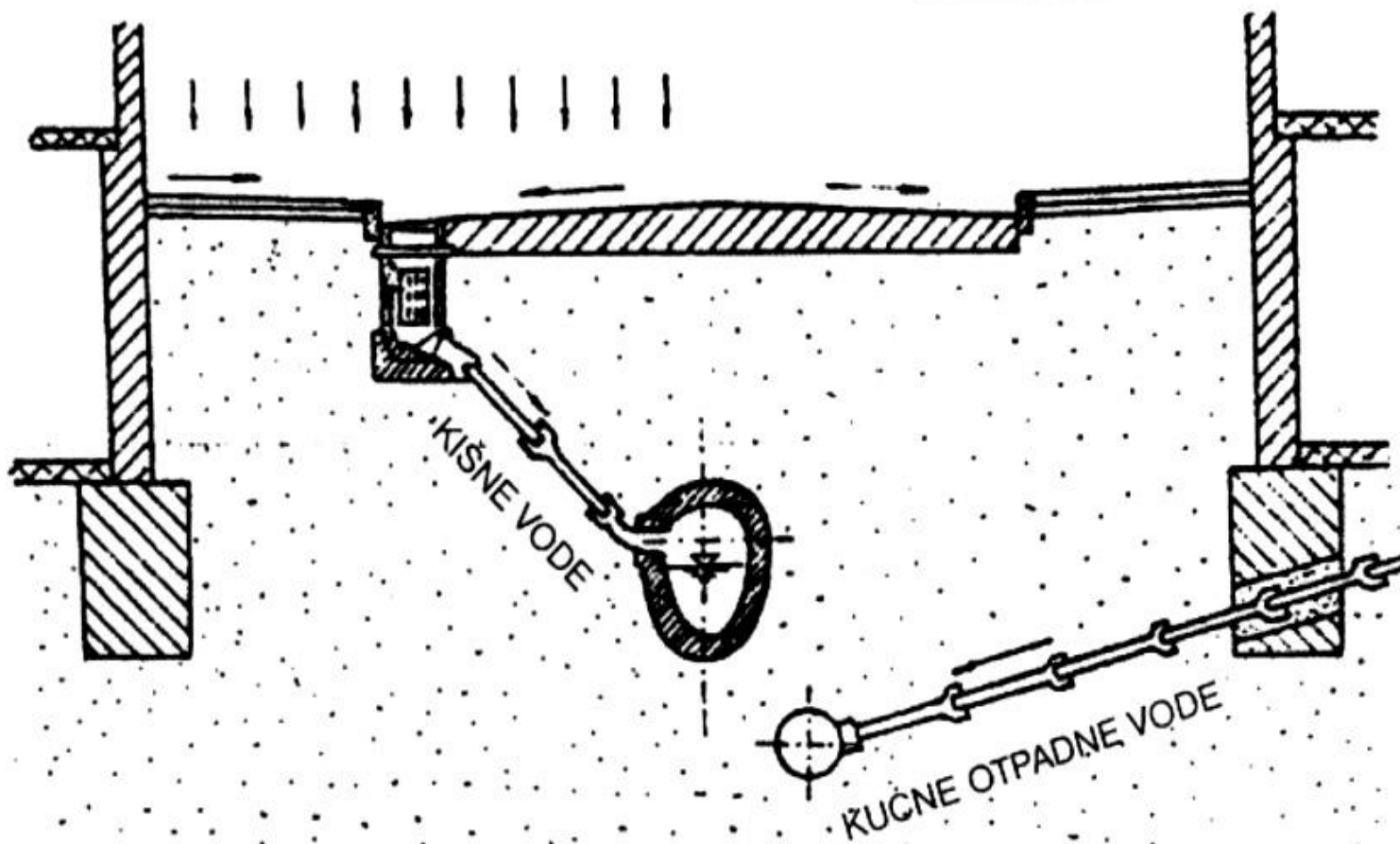
*- šahtovi*

*- kanalizaciona mreža*

*- uređaj za prečišćavanje otpadnih voda **UPOV**  
(mehaničko, hemijsko, biološko)*



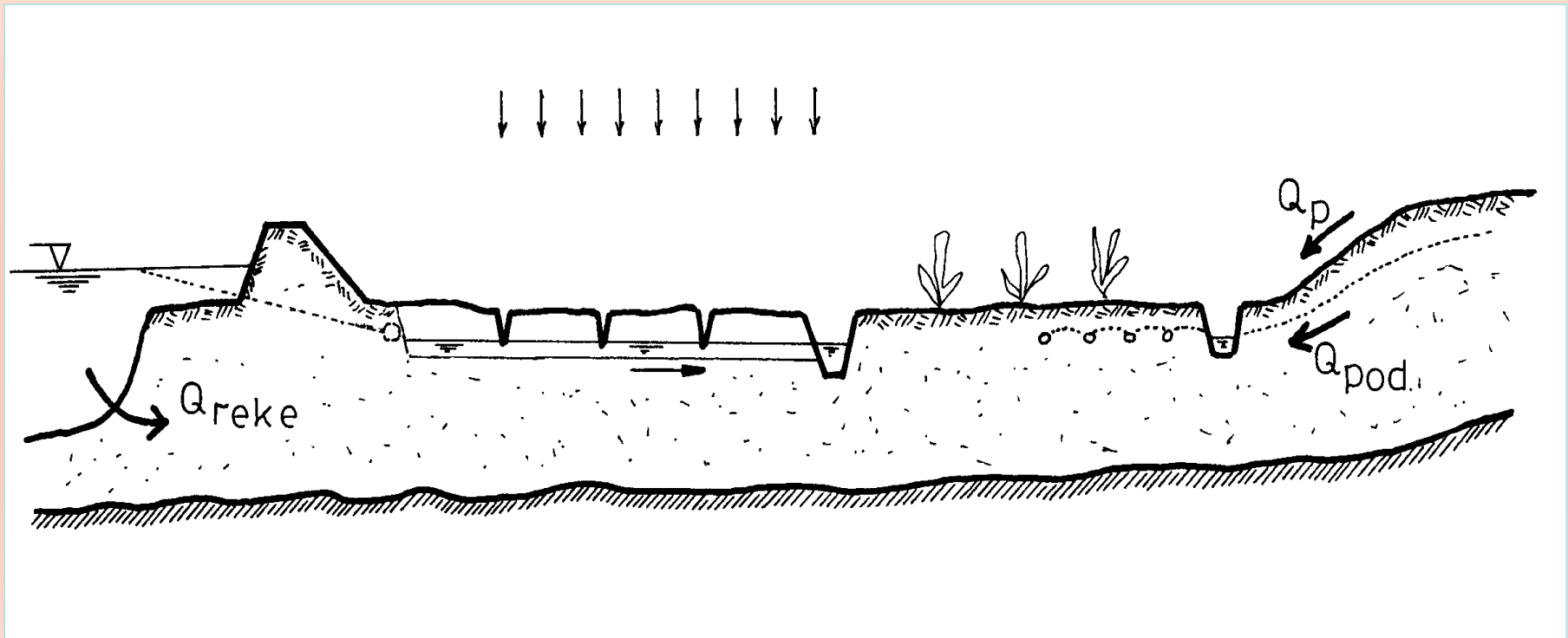
# Presek ulice sa separacionom kanalizacijom



***b) Hidrotehničke melioracije (melioration-poboljšanje)** sistem za regulisanje vodno- vazdušnog režima u oraničnom sloju (aktivnom sloju) u cilju poboljšanja plodnosti zemljišta*

- *b1) Odvodnjavanje- odvođenje viškova vode iz oraničnog sloja*
  - *otvorena kanalska mreža*
  - *cevna drenaža*
  - *objekti na mreži*  
(*propusti, kaskade, ustave, dikeri...*)
  - *objekti za evakuaciju viškova vode u recipijent*  
(*crpna stanica, ispusti i sifon*)

# *Podužni profil odvodnog sistema*



## *b2) Navodnjavanje –*

*nadoknađivanje deficita vode u oraničnom sloju*

*-vodozahvat*

*-razvodna mreža (cevovodi i kanali) i*

*-uređaji i oprema za navodnjavanje*

*c) **Regulacije reka**- delatnost vezana za uređenje minor i major korita prirodnih rečnih tokova*

*-obaloutvrde*

*-naperi*

*-traverze*

*-pragovi...*

## *Navodnjavanje brazdama*



# ***HIDROTEHNIČKE MELIORACIJE***



# ***HIDROTEHNIČKE MELIORACIJE***



*d) Odbrana od poplava-radovi na zaštiti poljoprivrednog zemljišta, objekata i ljudskih života od ekstremnih voda rečnih tokova*

*d1) aktivne mere- utiču na ublažavanje poplavno talasa*

*-uređenje rečnog sliva*

*-izgradnja akumulacija*

*-izgradnja rasteretnih kanala*

*d2) pasivne mere- propuštaju poplavni talas nizvodno*

*-nasipi i*

*-kejski zidovi*



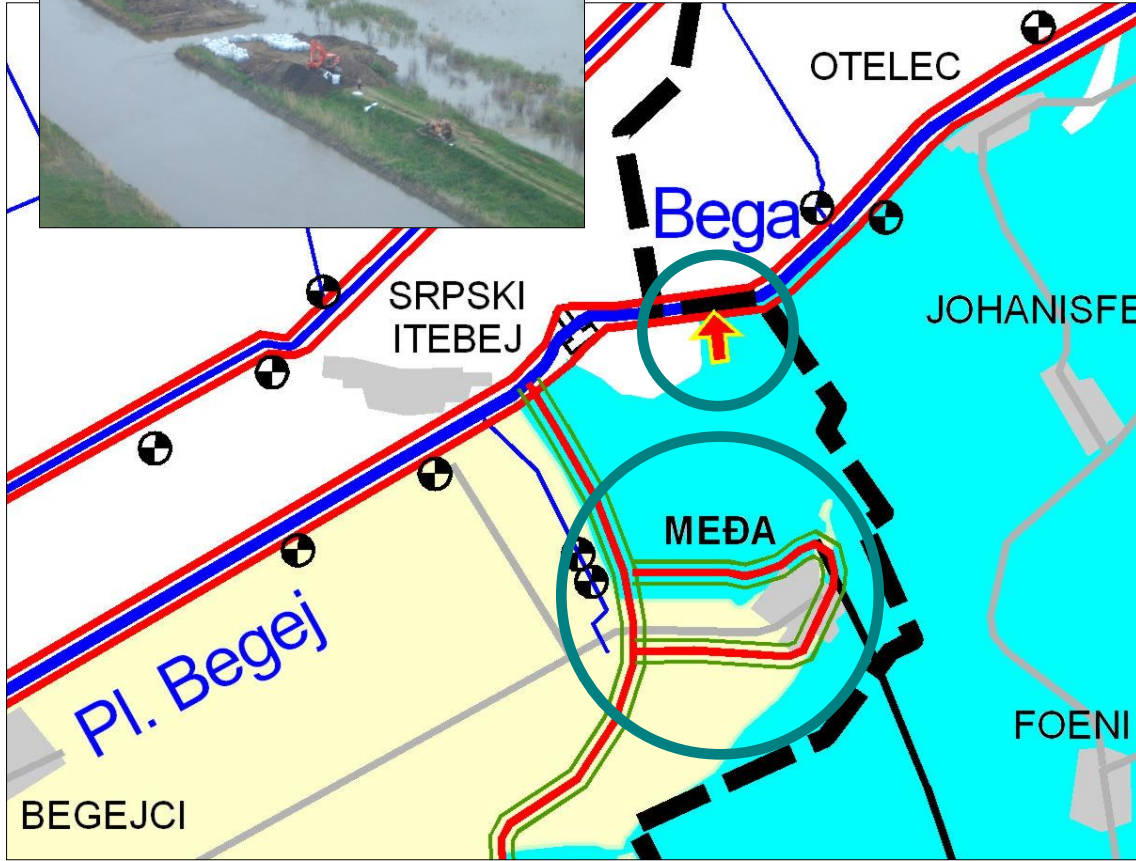
*Posledice koje nastaju usled nedovoljne visine nasipa*



Други пробој на око 300 м узводно од првог

*Prosek nasipa na Brzavi radi prijema poplavnih  
voda Tamisa*





*Poplavljena zona naselja Međa i  
prosek na Plovnom Begeju  
Flooded zone in Medja and cutoff  
on Begej*

*e) Plovni putevi - osposobljavanje prirodnih vodotokova ili izgradnja veštačkih radi omogućavanja robnog transporta*

- regulacija prirodnih vodotokova radi obezbeđenja plovnog put*
- izgradnja plovnih kanala*
- izgradnja prevodnica radi savlađivanja visinskih razlika u toku*
- izgradnja pristaništa radi utovara i istovara robe*

*f) **Korišćenje vodnih snaga**-vodni potencijal (energija vodnog toka) se koristi za proizvodnju električne energije (vršna) koja je najjeftinija i nezagaduje se priroda*

*Hidrocentrale se dele:*

*-Protočne*

*-Akumulacione*

*-Reverzibilne*

*g) **Sport, Rekreacija i Turizam** vezano za vodu*

*h) **Ribarstvo**-korišćenje vodnog resursa za uzgoj ribe*

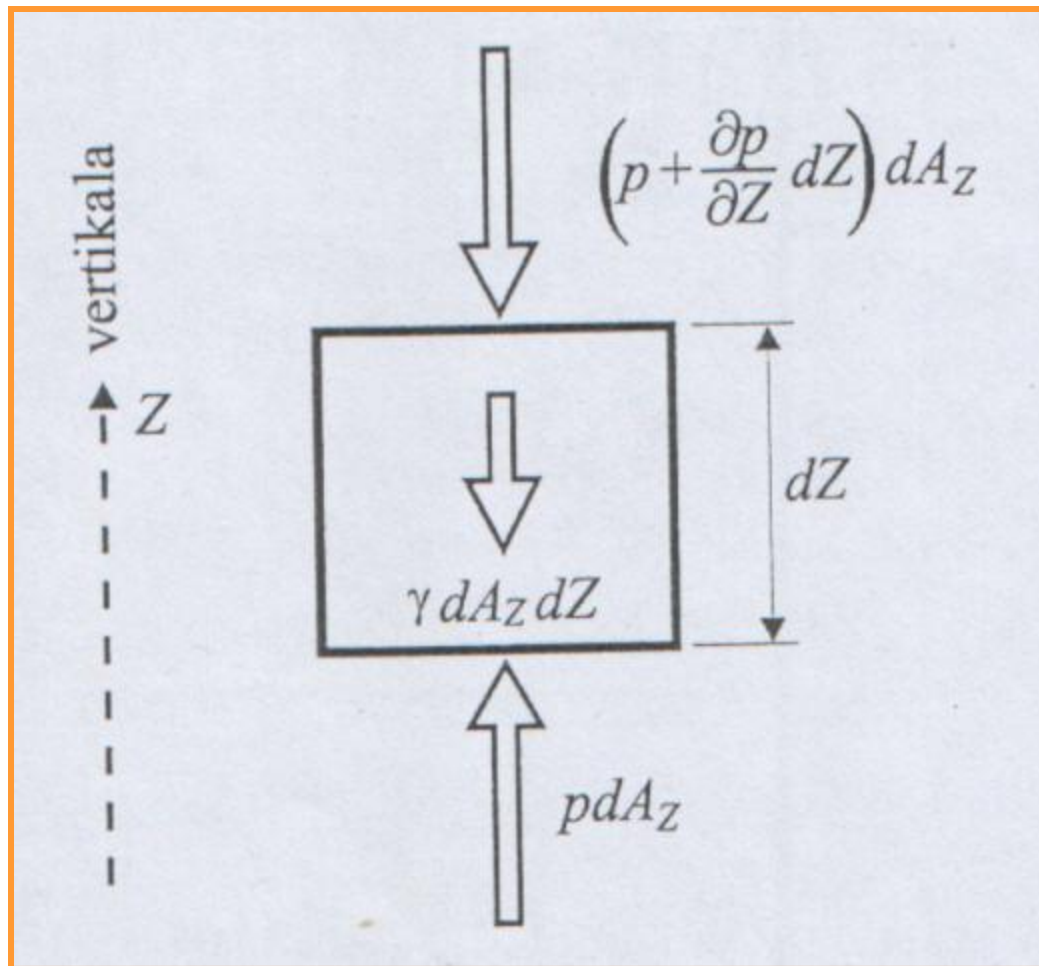
# HIDROSTATIKA



# Osnovni pojmovi i osnovna jednačina hidrostatičke

- *Osnovne pretpostavke:*
- $\rho = \text{const.}$  gustina je konstantna
- Od zapreminskih sila deluje samo težina, koja po jedinici mase iznosi  $g = 9.81 \text{ (m/s}^2\text{)}$ , dok po jedinici zapremine se izražava kao  $\gamma = \rho * g = \text{const.}$
- Od napona deluje samo sferni deo (pritisak  $p$ ), koji u jednoj tački ima istu vrednost za sve pravce, na svaku površinu deluje u pravcu normalnom na nju, tangencijalni naponi, koji predstavljaju trenje između delića, ne deluju pri mirovanju tečnosti

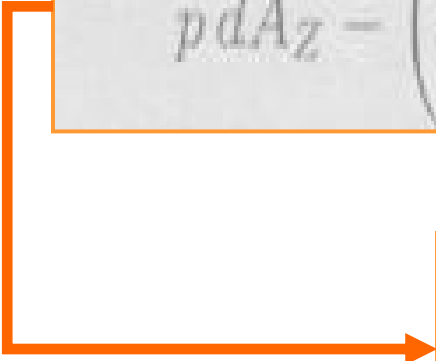
- **Ravnoteža sila u vertikalnom pravcu na elementarnu zapreminu fluida je:**





## Iz ravnoteže sila:

$$p dA_Z - \left( p + \frac{\partial p}{\partial Z} dZ \right) dA_Z - \gamma dV = 0$$


$$\frac{\partial p}{\partial Z} + \gamma = 0$$

Ako bi ovako napisali jednačinu ravnoteže u pravcu x  
dobili bi da je:

$$\frac{\partial p}{\partial X} = 0$$

**Pritisak se ne menja u jednoj horizontalnoj ravni, tj.  
zavisi samo od visinskog položaja posmatrane tačke!**

$$\frac{dp}{dZ} + \gamma = 0 \quad \text{ili} \quad \frac{dp}{\gamma} + dZ = 0$$

integriranjem

$$\frac{p}{\gamma} + Z = \textit{const.}$$

**OSNOVNA JEDNAČINA HIDROSTATIKE**

- **Pritisak u jednoj neprekidnoj fluidnoj sredini konstantne gustine, pod dejstvom težine, zavisi samo od visinskog položaja-smanjenje pritiska srazmerno porastu visine.**

**Izbor nulte kote  $z=0$ , tj. određivanje visinskog položaja gde će se ona postaviti potpuno je proizvoljan**

**Pritisak**

**Atmosferski  
pritisak**

$$p = p_{aps} - p_{atm}$$

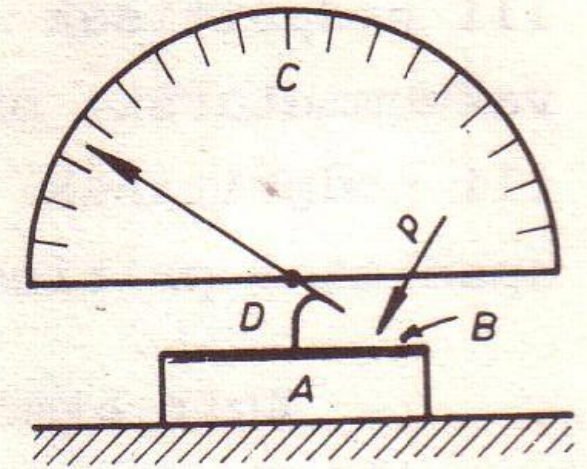
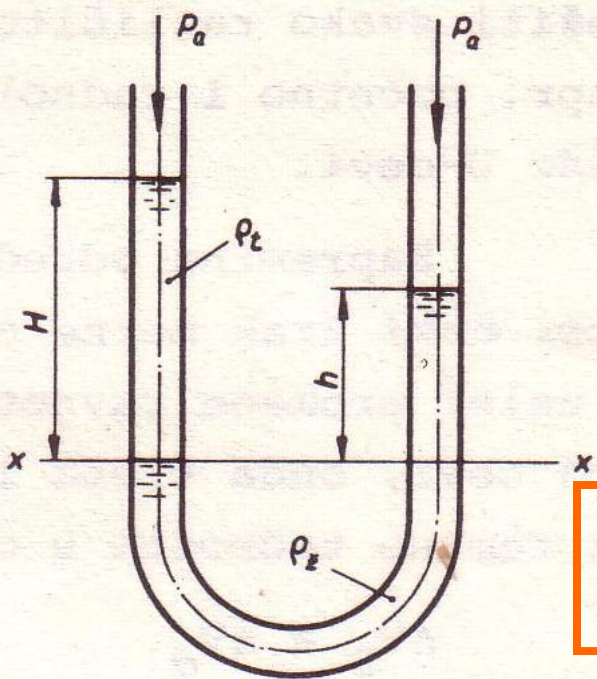
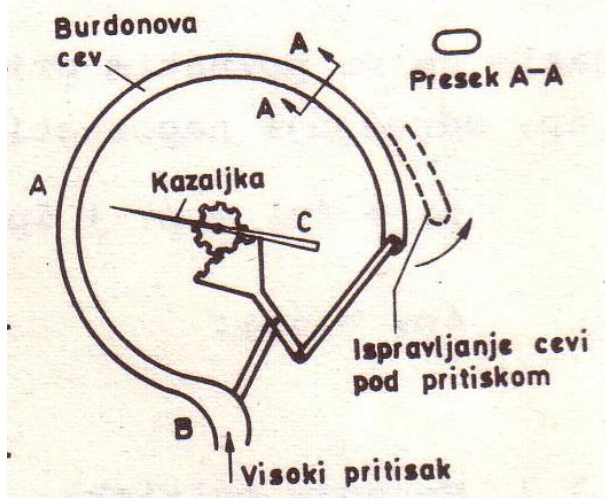
**Apsolutni  
pritisak**

*Pritisak se vrlo često naziva i  
“manometarski” ili hidrostatički*

*Apsolutni pritisak je uvek pozitivan, a  
pritisak može da bude i negativan  
(podpritisak), jer je apsolutni manji  
od atmosferskog*

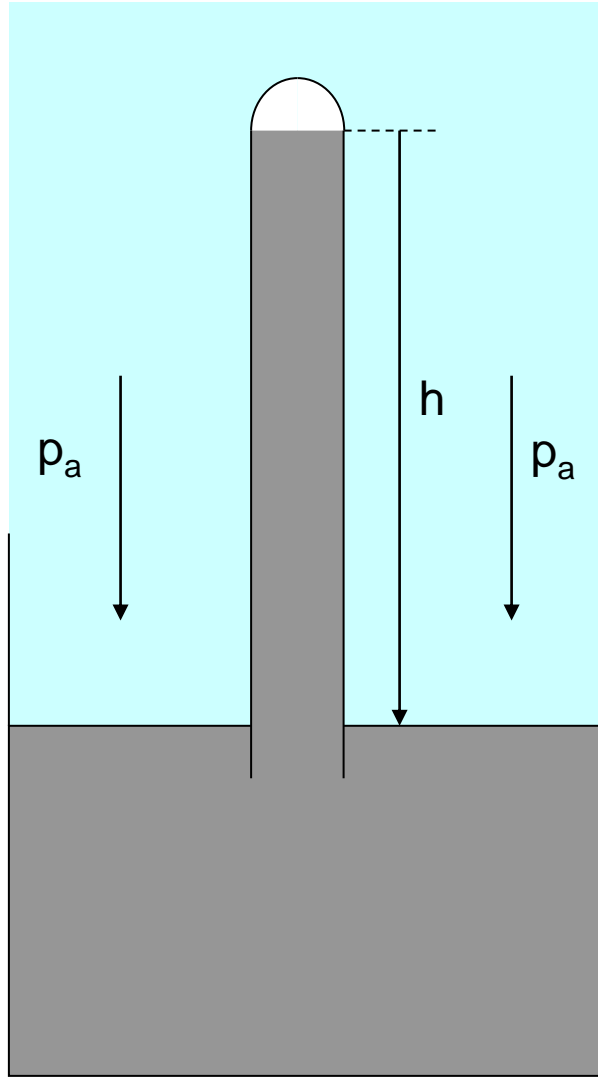
# Уређаји за мерење притиска

- мерење статичког притиска – манометар са Бурдоновом цеви - мерење релативног притиска)
- анероидни барометар - мерење апсолутног притиска)
- “U” цеви – мерење релативног притиска



$$p_a + \rho_t g H = p_a + \rho_z g h$$

# Merenje pritiska - barometar:



$$p_a = \rho g h$$

$$1 \text{ Bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

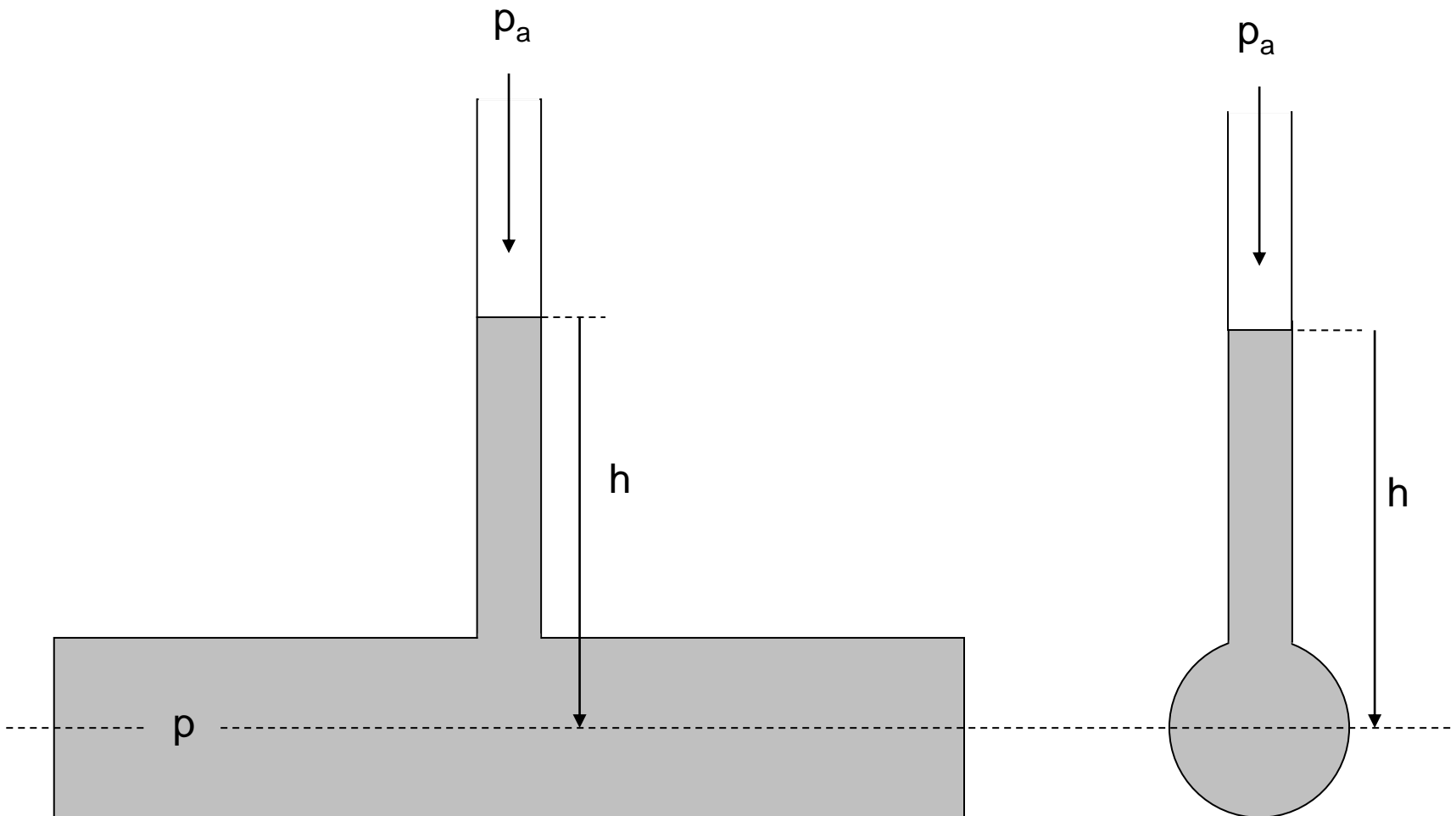
$$1 \text{ Bar} = 1000 \text{ mBar}$$

$$1 \text{ mBar} = 100 \text{ Pa}$$

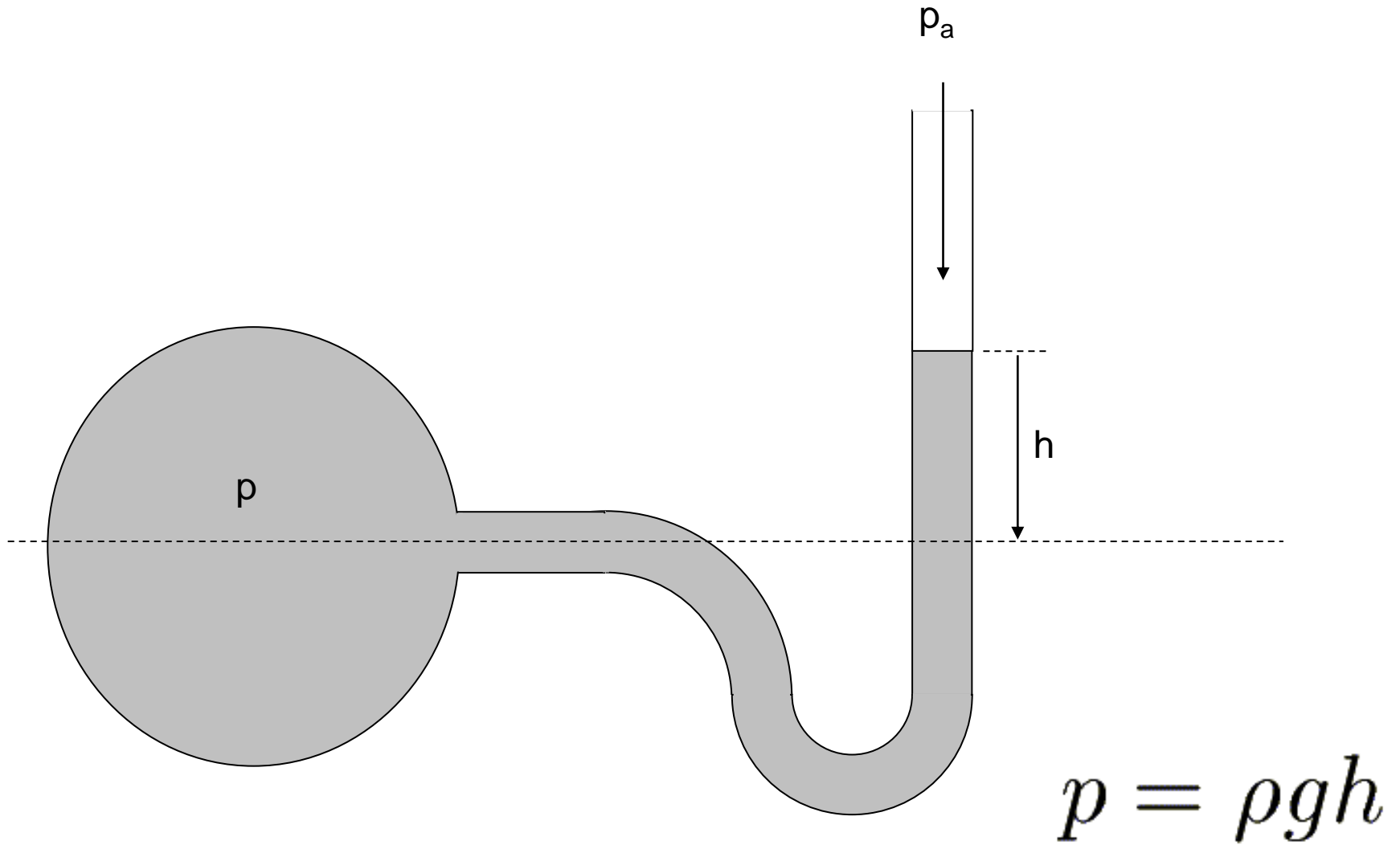
$$p_{\text{at}} = 101\,325 \text{ Pa}$$

$$p_{\text{at}} = 1\,013 \text{ mBar}$$

# Merenje pritiska - piježometar:

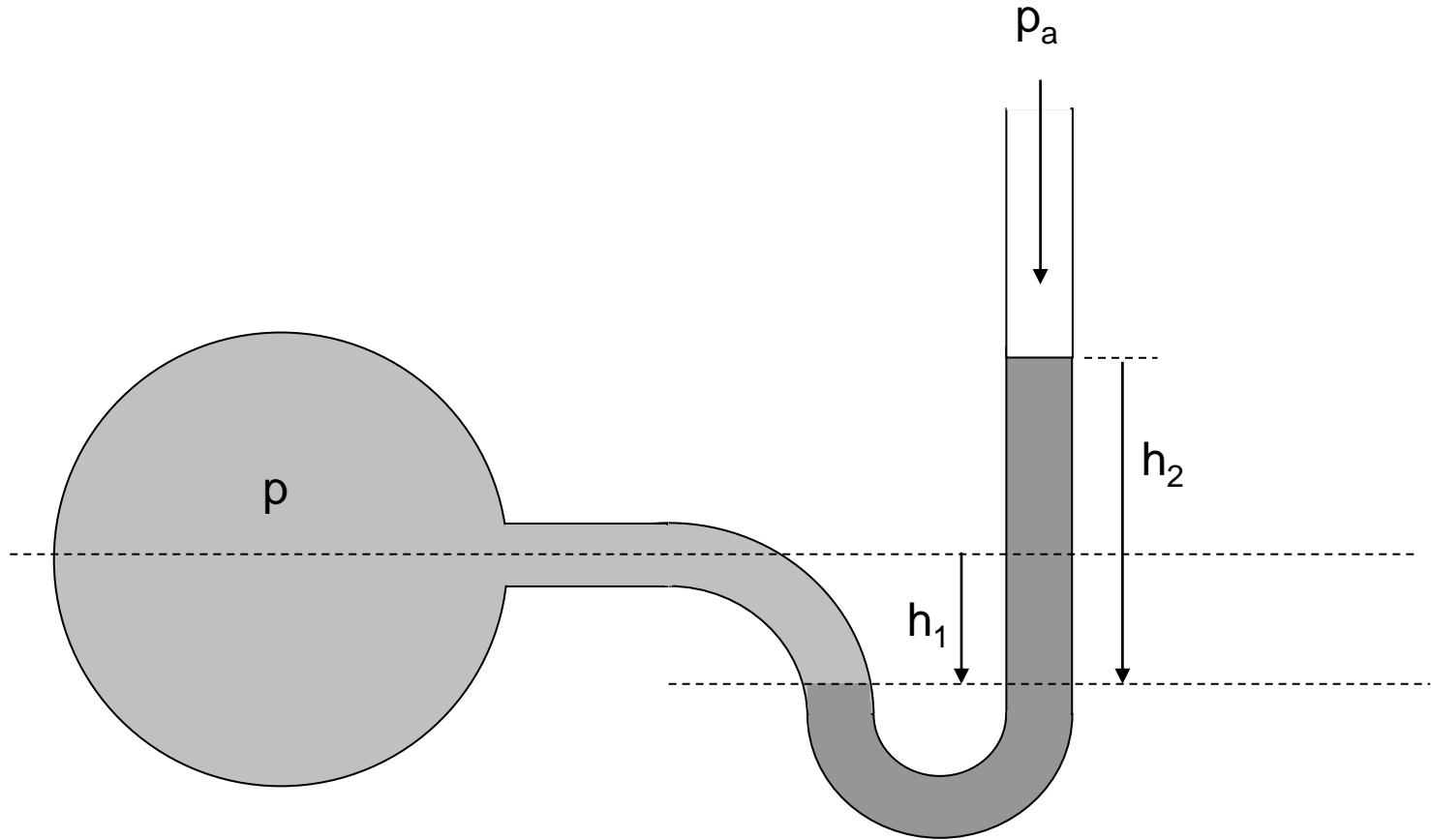


# Merenje pritiska - manometar:





## Merenje pritiska - manometar 2:

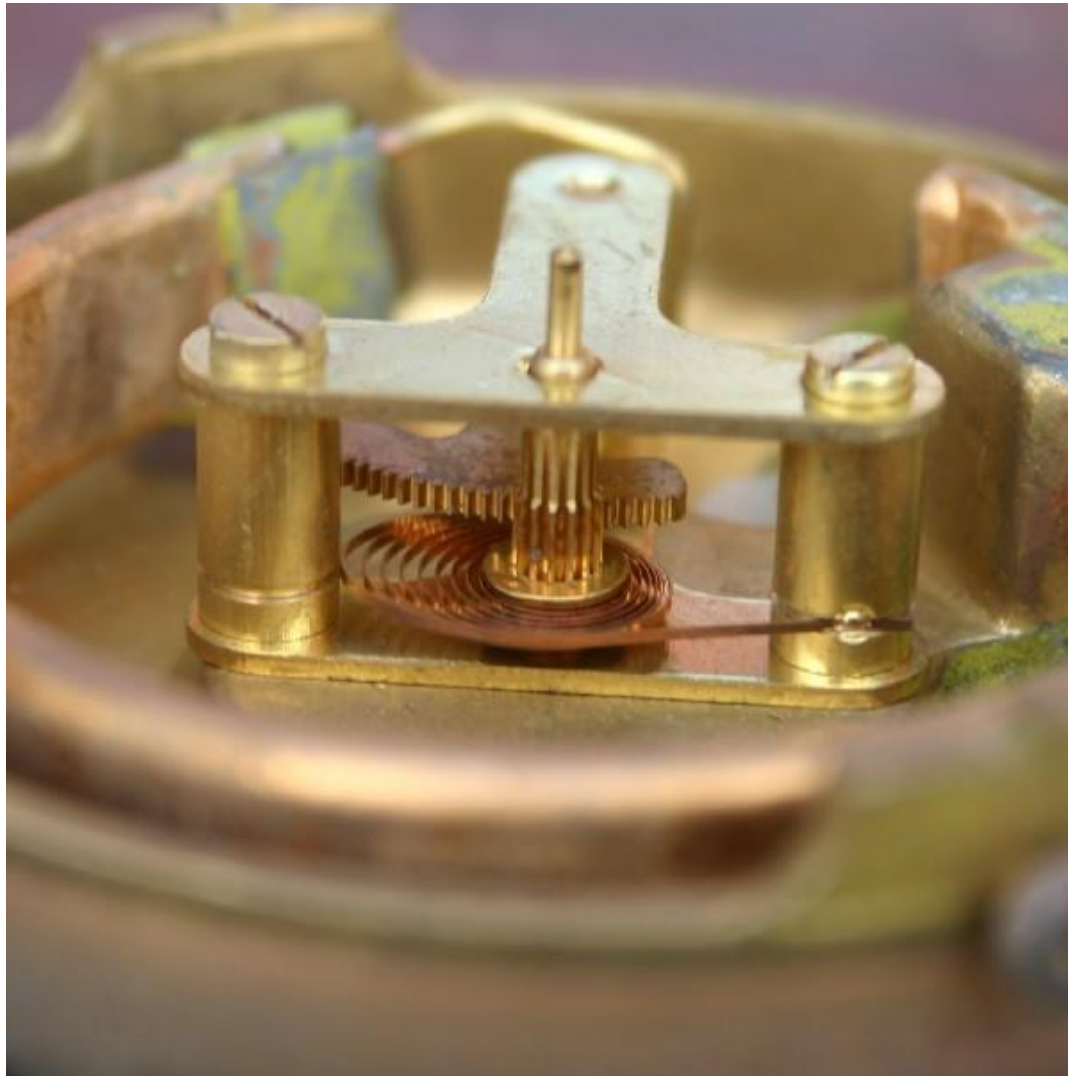


$$p = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

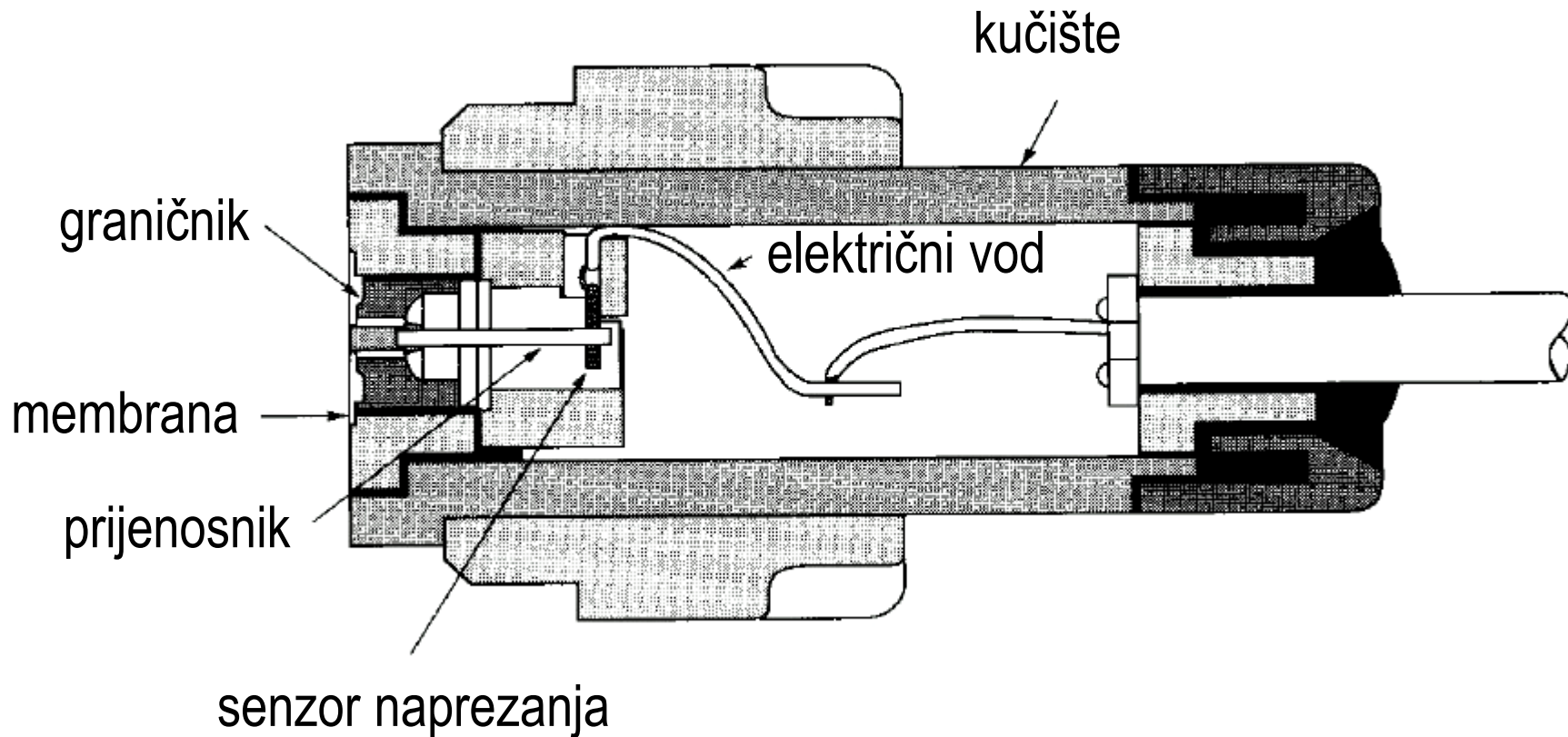
# Merenje pritiska - bourdon manometar:



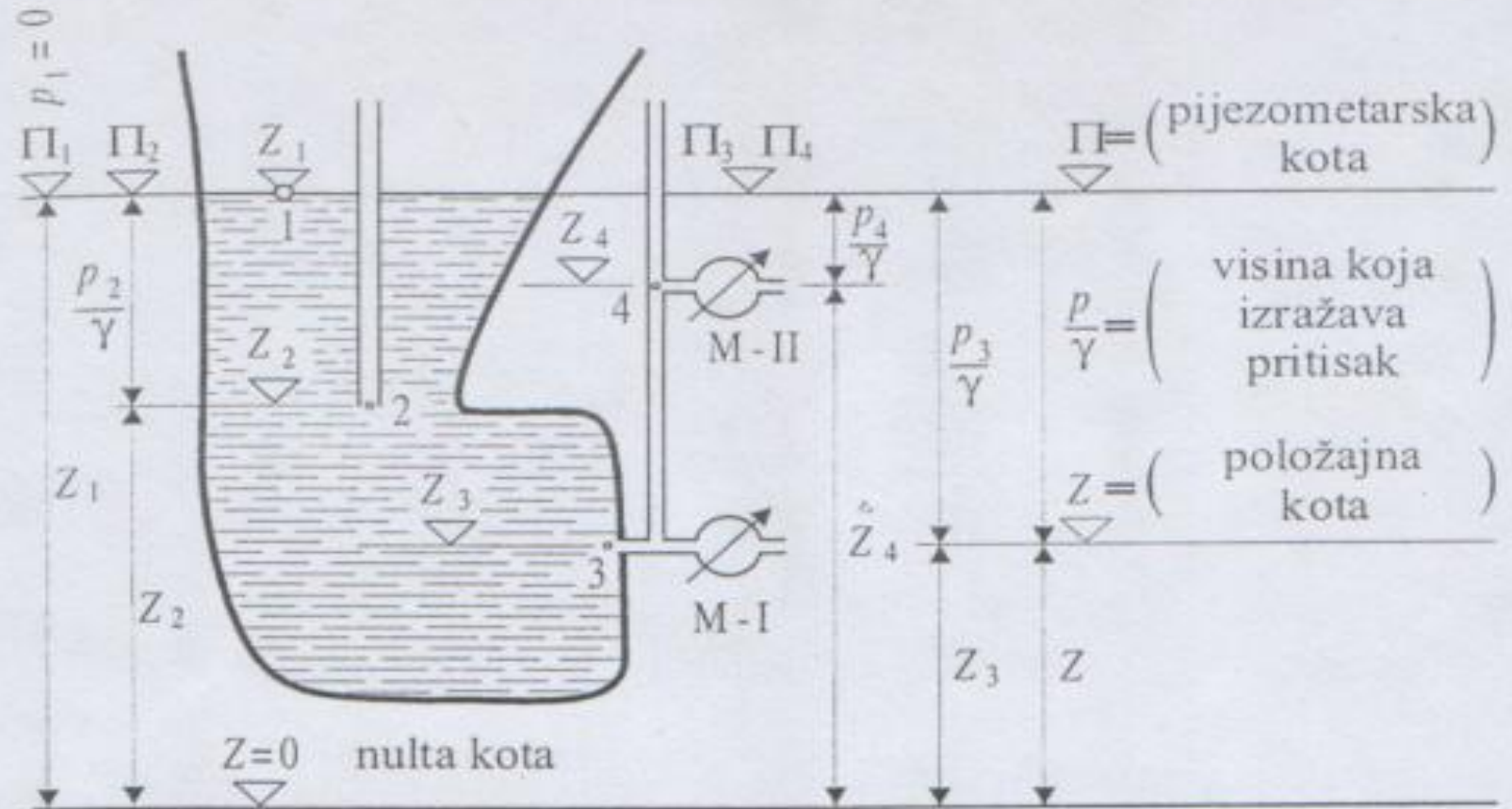
## Merenje pritiska - bourdon manometar 2:



# Merenje pritiska - membranski manometar:



# Primer jednačine hidrostatičke



$$\underbrace{Z_1 + \frac{p_1}{\gamma}}_{\Pi_1} = \underbrace{Z_2 + \frac{p_2}{\gamma}}_{\Pi_2} = \underbrace{Z_3 + \frac{p_3}{\gamma}}_{\Pi_3} = \text{itd.}$$

manometri M-I i M-II prikazuju  $p_3$ , odnosno  $p_4$

$\Pi =$  (pijezometarska koda)

$\frac{p}{\gamma} =$  (visina koja izražava pritisak)

$Z =$  (položajna koda)

$Z=0$  nulta koda

Zbir položajne kote ( $z$ ) i “visine pritiska” ( $p/\gamma$ )  
su uvek iste za jedan sud i naziva se  
“pijezokota”

$$\Pi = z + \frac{p}{\gamma}$$

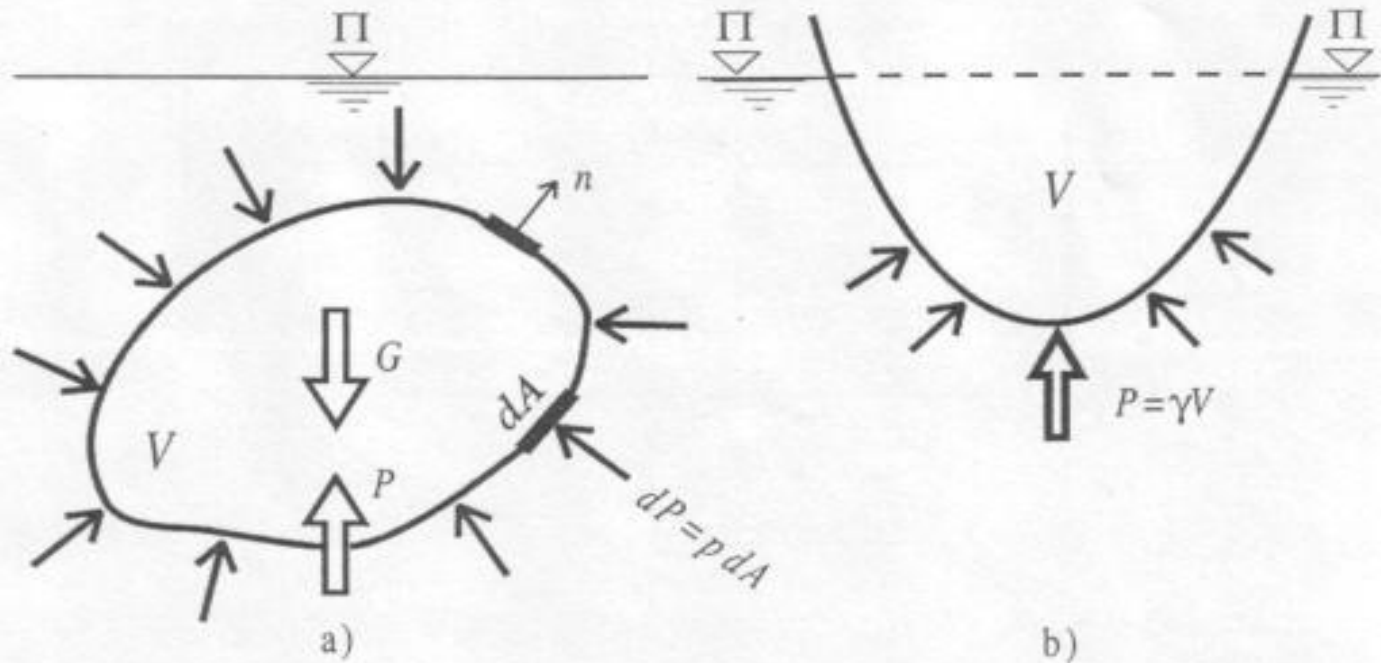
“visina  
pritiska”

“pijezo kota”

*Položajna kota*

$$\Pi = \text{const.}$$

Pijezometarska kota je konstantna za jednu neprekidnu masu fluida konstantne gustine u mirovanju pod dejstvom tezine



a) Težina fluida u zapremini  $V$  u ravnoteži je sa silom pritiska  $P$  na celu zatvorenu površinu  $A$ , koja ograničava zapreminu; b) Sila potiska  $P$  na plivajuće telo jednaka je težini  $\gamma V$  istisnute tečnosti

**Ukoliko bi umesto zapremine čvrstog tela bila tečnost moglo bi se reći da je sila pritiska, koja deluje na to telo od strane vode jednaka težini istisnute tečnosti.**

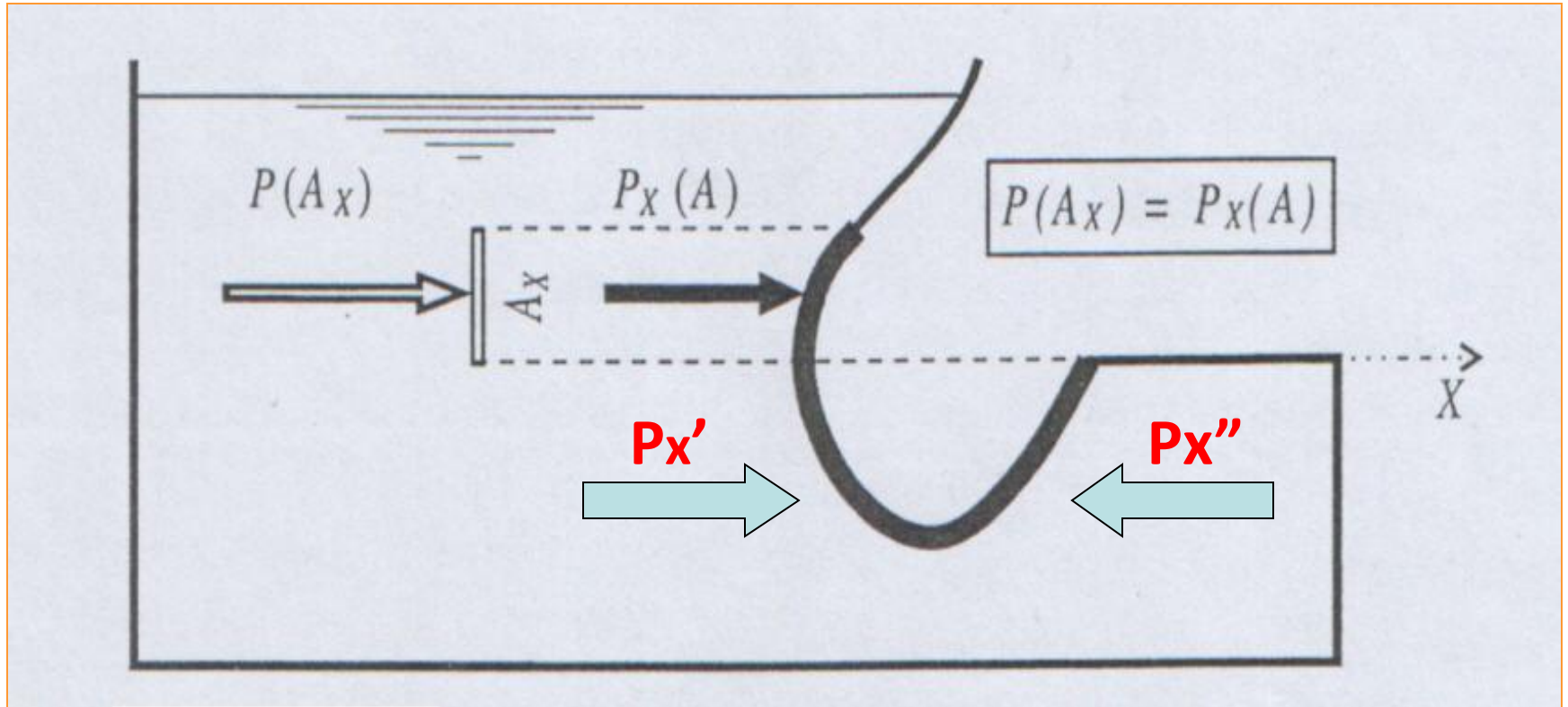
**Shodno tome možemo zaključiti "težina tela je jednaka težini zapremine istisnute tečnosti" -Arhimedov zakon**



# Hidrostaticke sile na čvrste granične površine

- Horizontalna i vertikalna komponenta hidrostaticke sile
- Horizontalna komponenta hidrostaticke sile na proizvoljnu površinu jednaka je sili na projekciju te površine u ravni normalnoj na pravac za koji se komponenta određuje.

- Horizontalna komponenta  $P_x$  na površinu  $A$



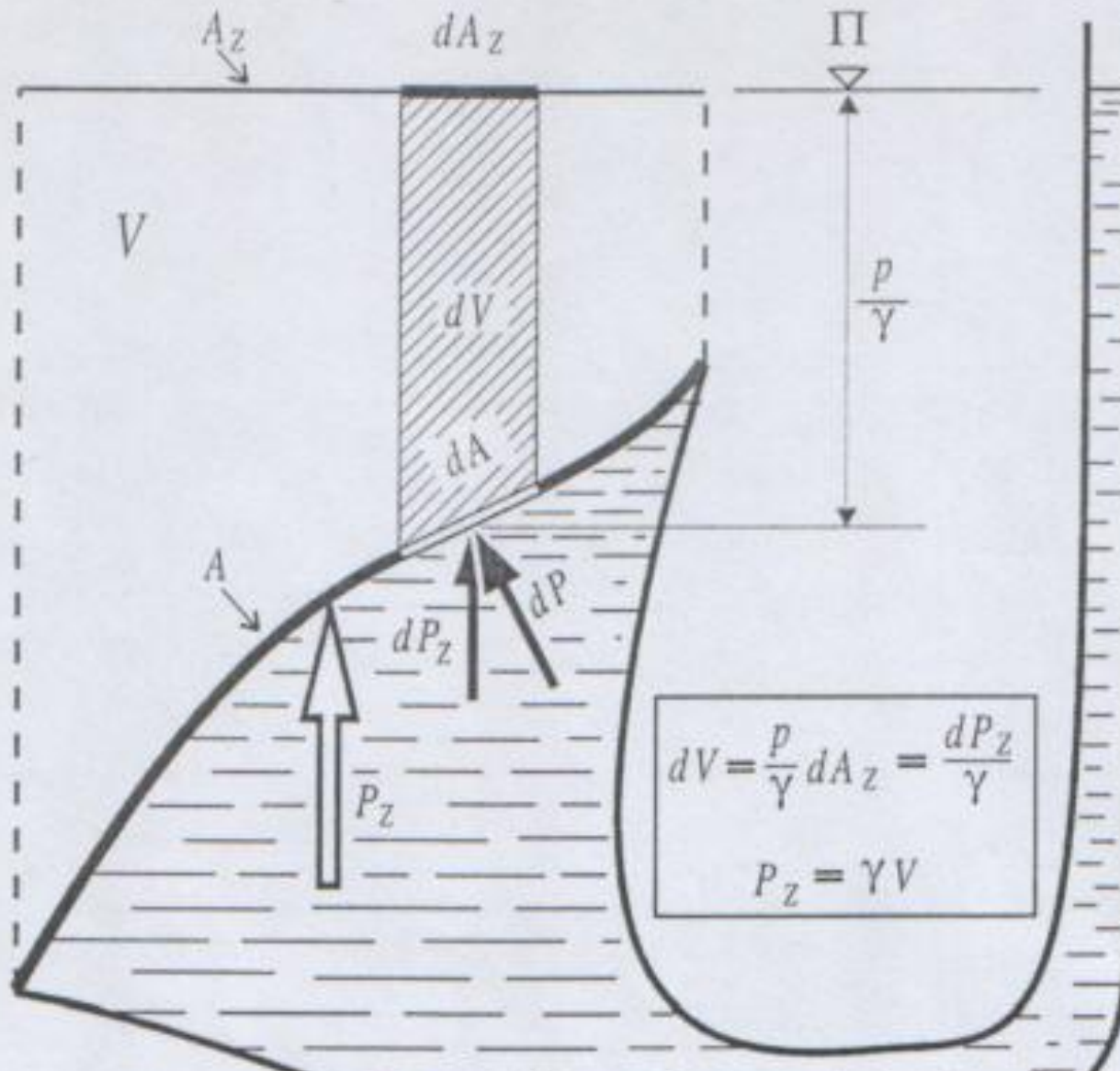
$P_x(A) = P(A_x)$   
 $P_x' = P_x''$   
 $A_{x'} = A_{x''}$

- Kod određivanja vertikalne sile, ova analogija se ne može primeniti!
- Ukupna sila vode uvek deluje upravno na površinu.
- Pritisak u svakoj tački je “visina pritiska” pomnožena sa  $\gamma$ , odnosno:  $\frac{p}{\gamma} * \gamma$
- $dV$ -zapremina koja se nalazi iznad posmatrane površine

$$dP_z = p * dA_z = \gamma \frac{p}{\gamma} dA_z = \gamma dV$$

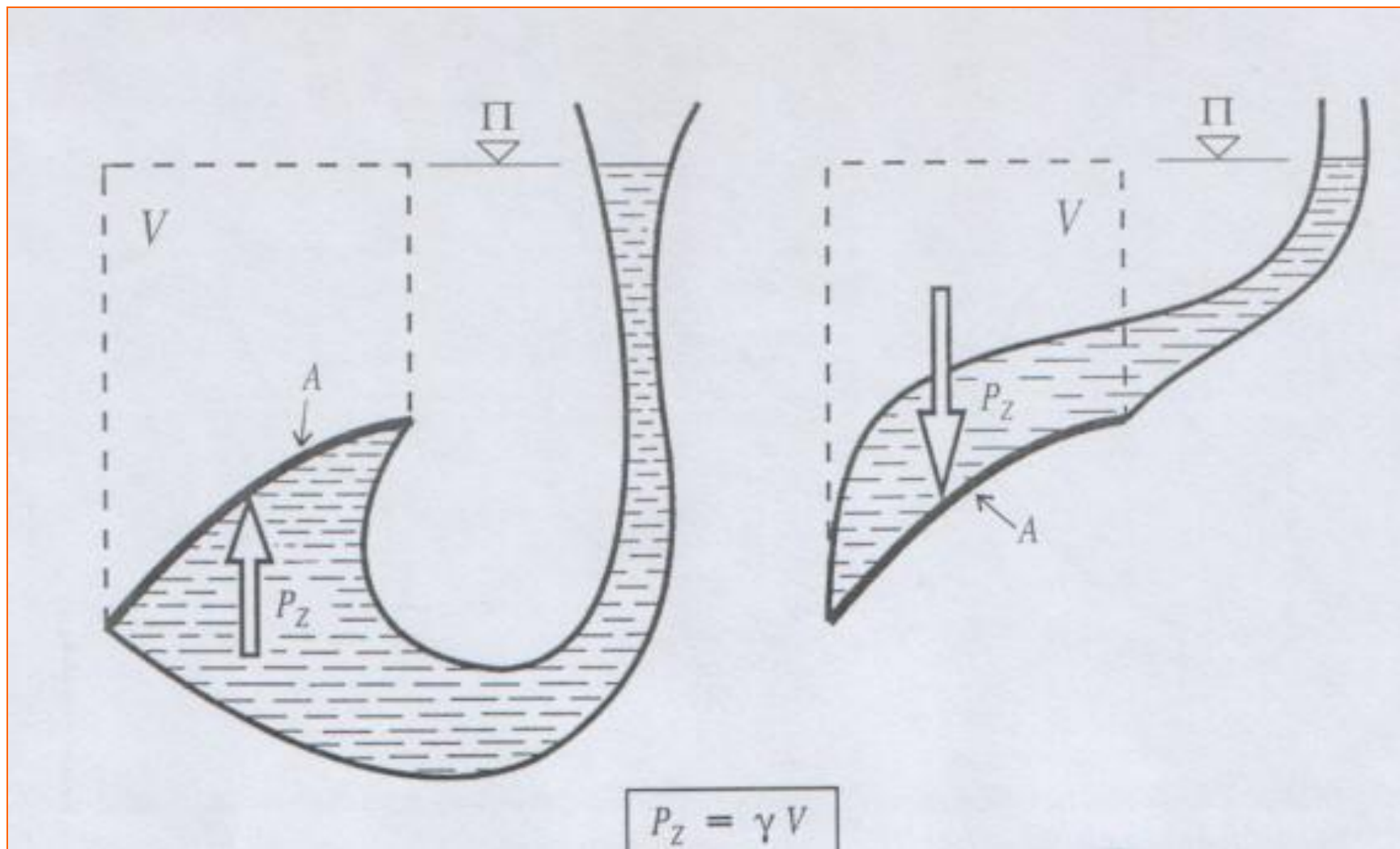
integriranjem

$$P_z = \gamma * V$$



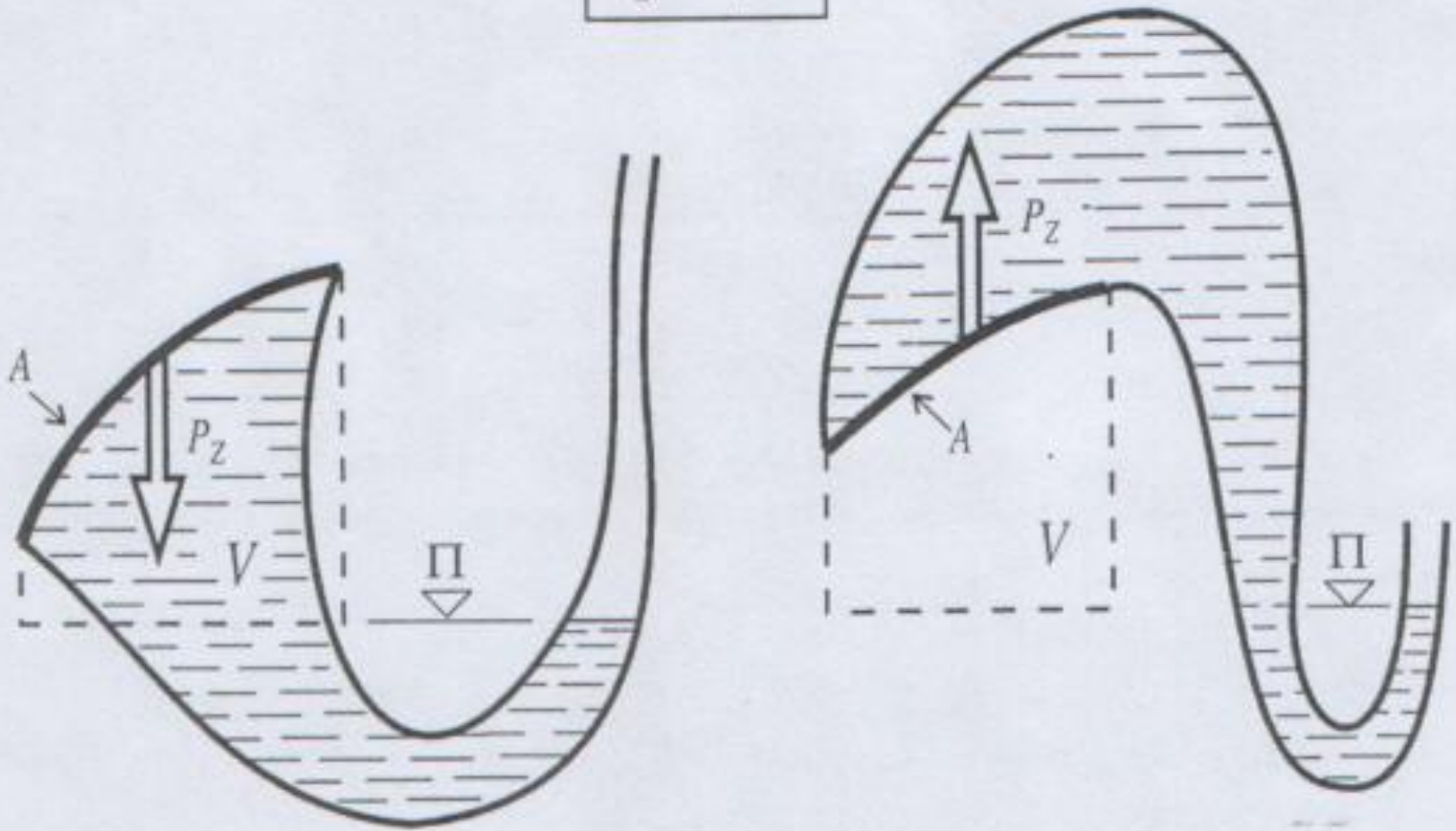
**Vertikalna komponenta  $P_z$  hidrostatičke sile jednaka je težini  $\gamma \cdot V$  koja se može smestiti u zapreminu  $V$**

- **Prethodna razmatranja dovode do pravila:  
Vertikalna komponenta kojom fluid deluje na površinu jednaka je težini fluida koja se može smestiti u zapreminu između površine i njene projekcije u ravni pijeziometarske kote.**
  - **Sila prolazi kroz težište navedene zapremine.**
  - **Smer sile zavisi od toga da li fluid pritiskuje graničnu površinu ili je povlači, odnosno da li vlada pritisak ili podpritisak (da li je pijeziometarska kota iznad ili ispod površine).**



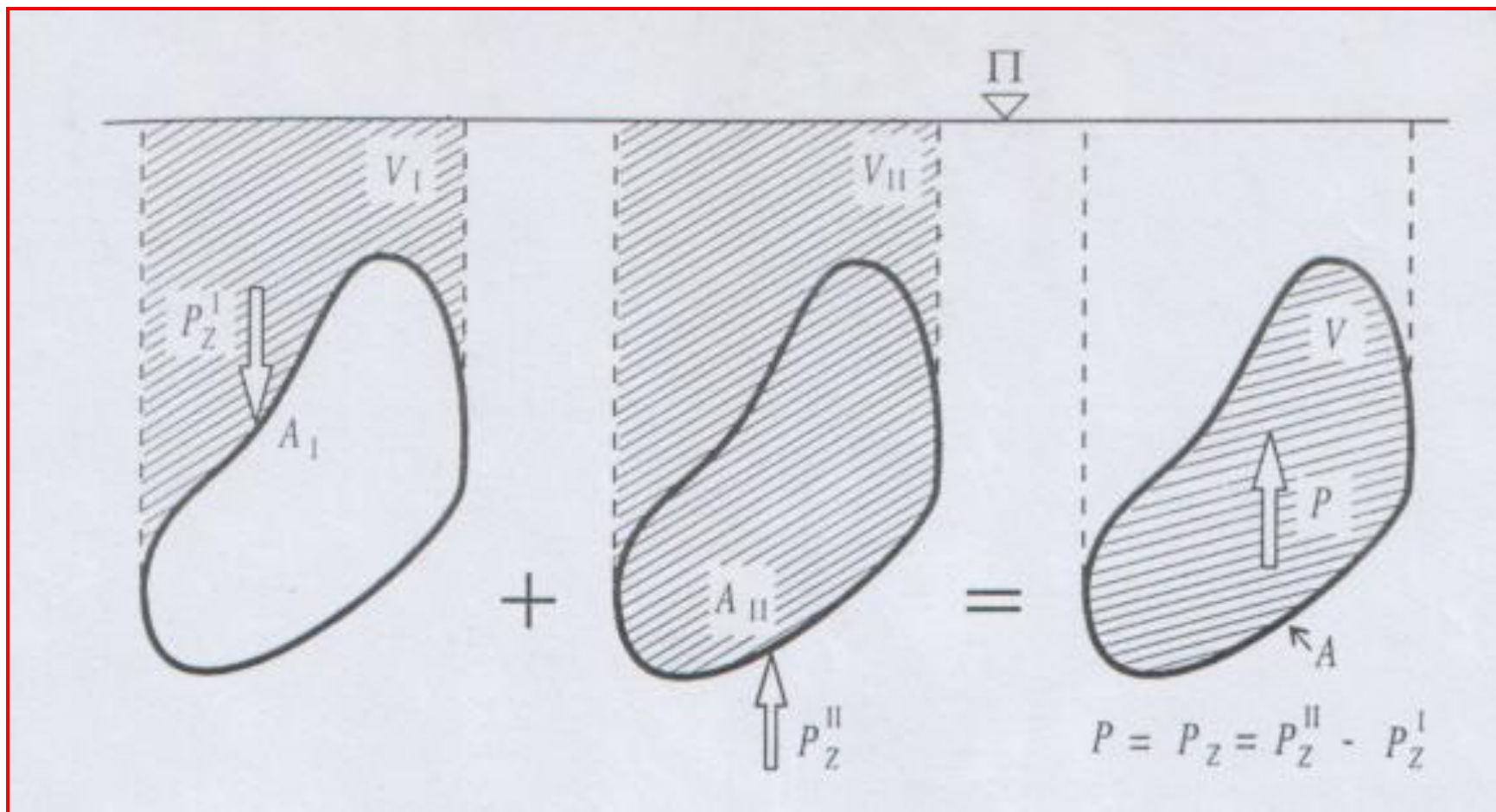
**Vertikalna komponenta hidrostatične sile izraža se težinom odgovarajuće zapremine  $V$**

$$P_z = \gamma V$$



**Vertikalna komponenta hidrostatične sile izražava se težinom odgovarajuće zapremine  $V$**

- **Shodno prethodno iznetom može se ponovo dokazati Arhimedov zakon.**



**Sila potiska  $P$  na potopljeno telo kao sadejstvo vertikalnih komponenti sila na gornju i donju površinu tela.**



# Položaj i veličina hidrostatičke sile

- Konstatovali smo da se pritisak tečnosti ne menja u jednoj horizontalnoj ravni, pa je shodno tome sila pritiska na horizontalnu površinu jednaka proizvodu pritiska u bilo kojoj tački te horizontalne ravni i površini te ravni.

$$P = p * A \text{ (KN ili N)}$$

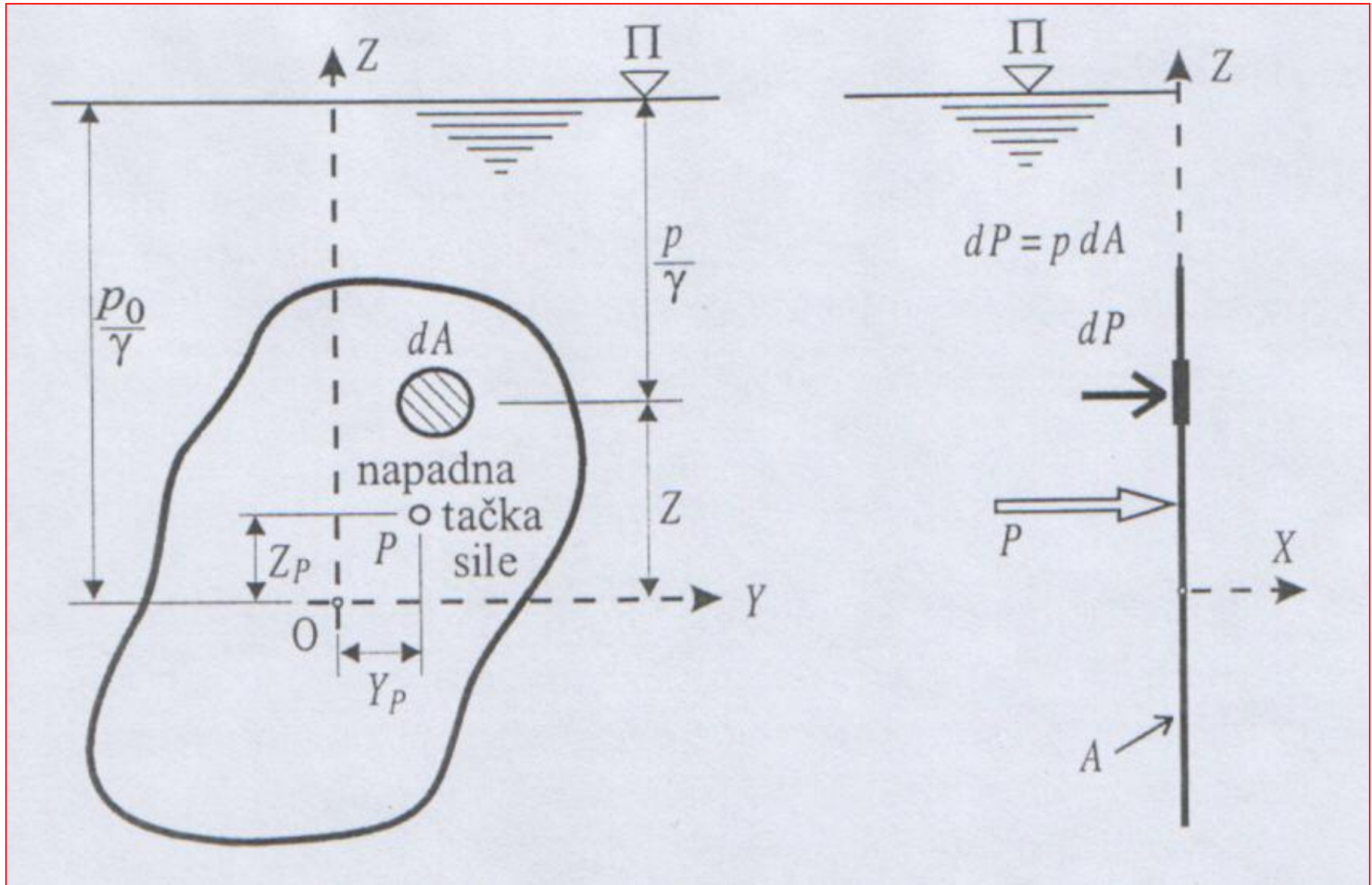
- Kod vertikalne ravni to nije slučaj, jer se pritisak menja po z-osi!

$$p_i = (\Pi - z_i) * \gamma$$

- Elementarna sila na neku elementarnu površinu unutar neke konačne ravne vertikalne površine može se napisati:

$$dP = p_i * dA$$

# Sila na ravnu vertikalnu površinu



- **Osnovna jednačina hidrostatičke za težište posmatrane površine:**

$$\Pi = \frac{p_o}{\gamma} + z_o = \frac{p_o}{\gamma}$$

- **Pritisak u bilo kojoj tački posmatrane površine:**

$$p_i = (\Pi - z_i) * \gamma = \left(\frac{p_o}{\gamma} - z_i\right) * \gamma = p_o - z_i * \gamma$$

- Elementarna sila  $dP$  je jednaka:

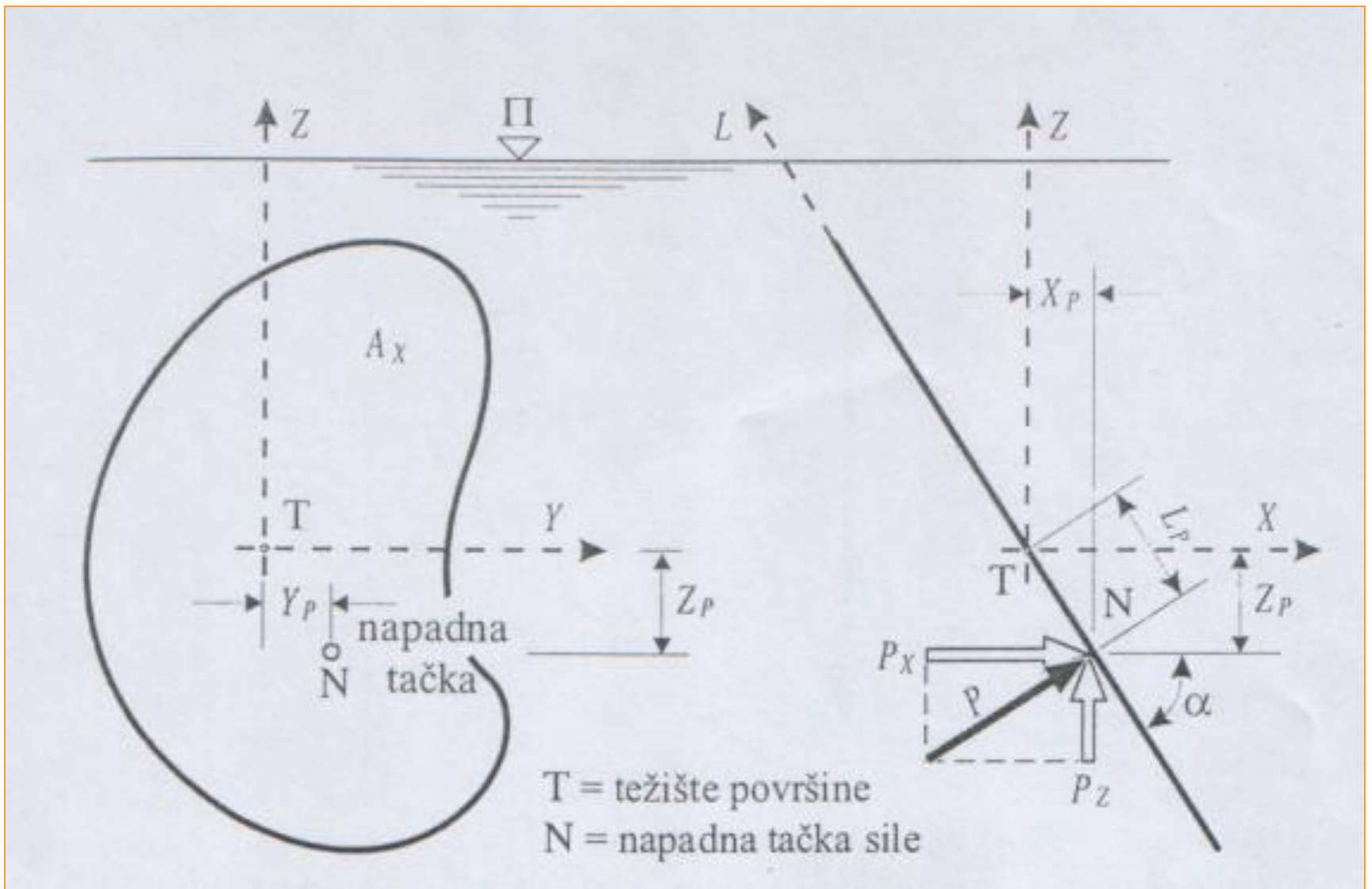
$$dP = p * dA = (p_0 - \gamma Z) dA \quad \int dP = \int p_0 dA - \int \gamma Z dA$$

- Odnosno za celu površinu:

$$P = p_0 * A$$

Ovo se može izreći pravilom:

**Hidrostaticka sila na vertikalnu površinu jednaka je proizvodu iz površine i pritiska u težištu.**



## Sila na kosu ravnu površinu

- Konstatovali smo da je horizontalna sila jednaka sili na projekciju te površine u ravni normalnoj na pravac delovanja sile:

$$P_x = p_o * A_x$$

- Shodno iznetom odnos ukupne hidrostatičke sile na kosu površinu i njene horizontalne komponente je jednak odnosu površine i njene projekcije:

$$\frac{P}{P_x} = \frac{A}{A_x} = \frac{P}{p_o * A_x} / : A_x$$

$$P = p_o * A$$

- **Hidrostaticka sila na bilo koju ravnu površinu (vertikalnu ili kosu) jednaka je proizvodu njene površine i pritiska u težištu.**
- **Napadna tačka rezultante hidrostatičke sile **ne nalazi** se u težištu površine pošto se pritisak u pojedinim tačkama površine gledajući u pravcu z-ose menja shodno udaljenosti od  $\Pi$ -kote.**



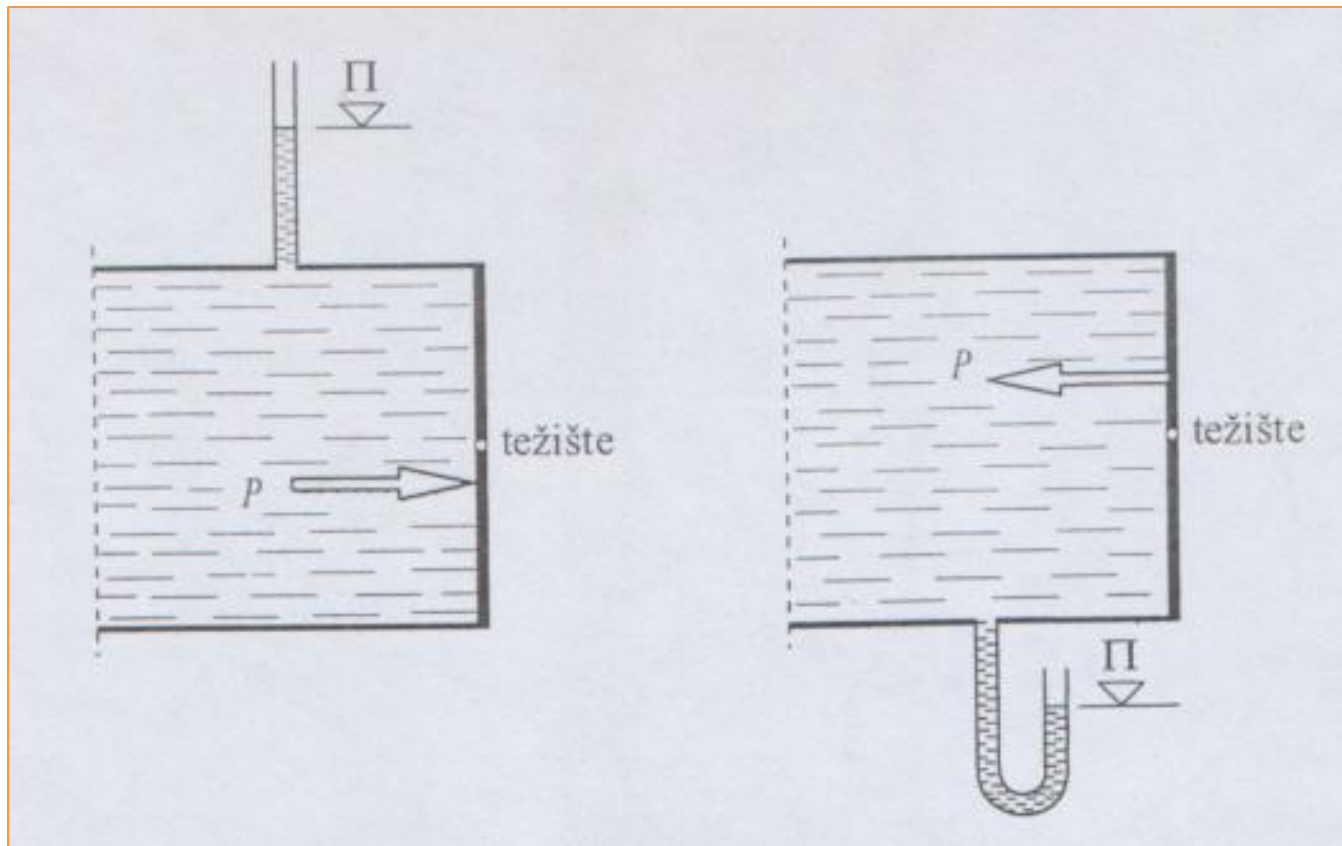
- Napadna tačka rezultante će se dobiti primenom stava da je momenat rezultante  $P$  jednak zbiru momenta komponenti (beskonačan broj beskonačno malih  $dP$ ), odnosno njihovom integralu.

$$z_p = \frac{-\gamma * I_{yy}}{P}$$



**Ekscentricitet napadne tačke  
rezultante sile u odnosu na težište površine**

- Na osnovu prethodne relacije zaključuje se da je napadna tačka sile ispod težišta površine, kada je pritisak u težištu ( $p_0$ ) pozitivan, odnosno kada je piježometarka kota iznad težišta.



- Ista analogija se može primeniti i za pomeranje napadne tačke u pravcu  $y$ -ose ( $y_p$ ), po  $y$ -osi nema promene pritiska, pa se dobija:

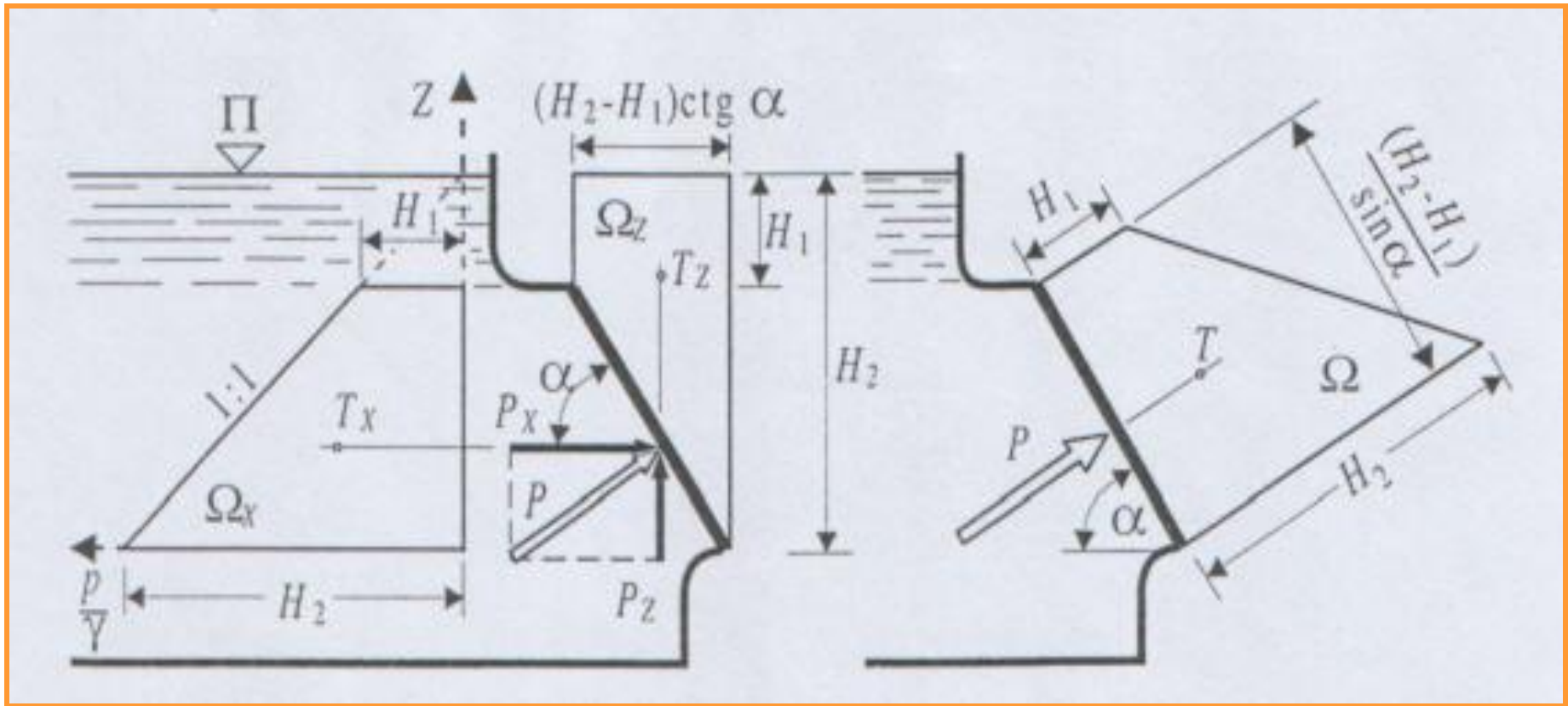
$$e_y = y_p = -\frac{\gamma * I_{yz}}{P}$$

Centrifugalni  
moment  
površine

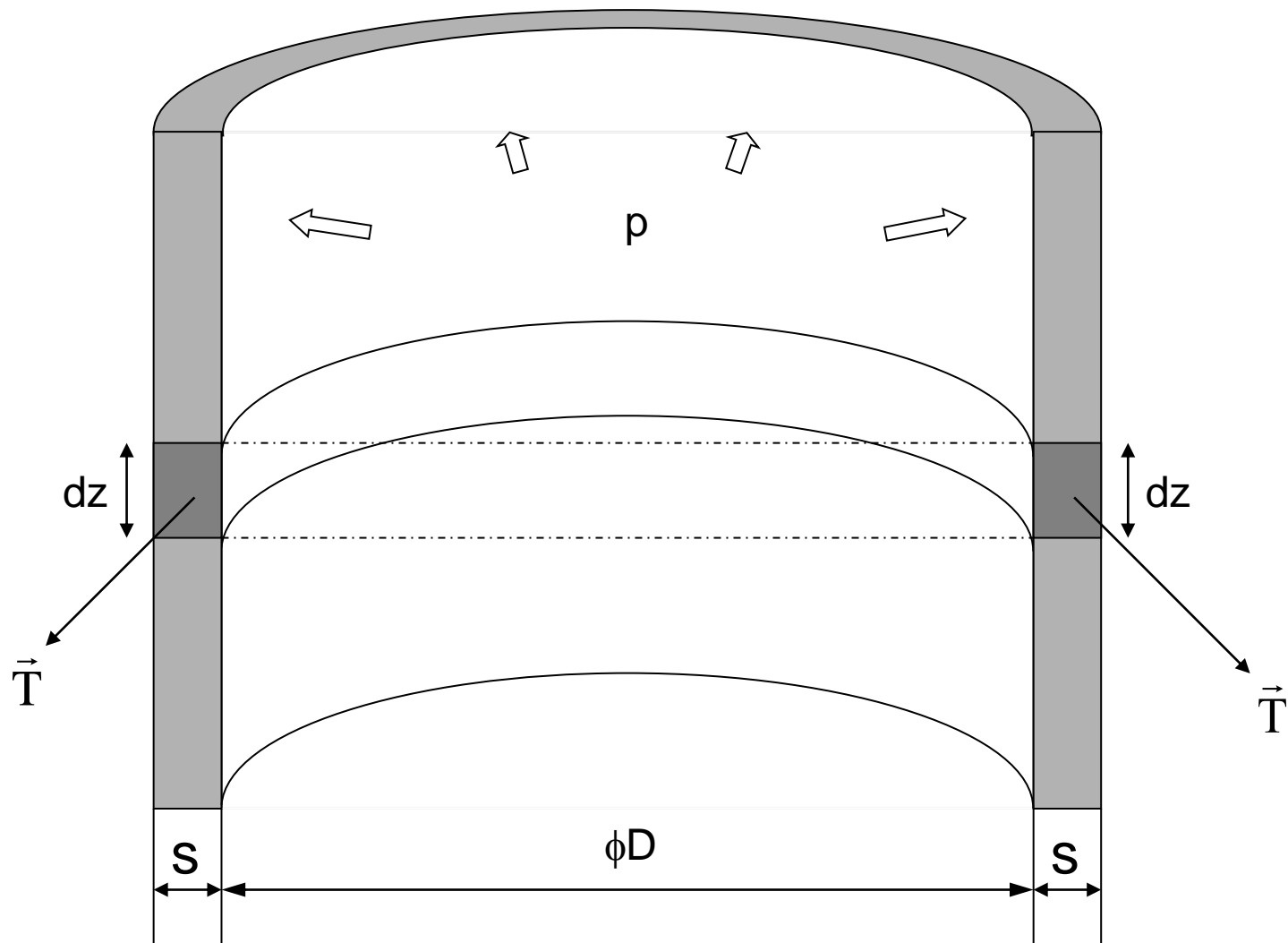
Za simetrične površine u odnosu na  $z$ -osu  $y_p=0$ , odnosno postoji pomeranje napadne tačke sile samo po  $z$ -osi gore ili dole

- Možemo konstatovati na osnovu prethodno iznetog, da se sila na neku kosu ravnu površinu može dobiti ili raščlanjivanjem rezultante na horizontalnu i vertikalnu komponentu ili odmah izračunavanjem rezultante.

Ravanski zadatak na kosu površinu; rešen je sa komponentama (levo) i neposredno sa rezultantom (desno)



# Hidrostaticka sila na zidove kružnog rezervoara- Kotlovska formula



**Ukupna sila pritiska na polovinu prstena širine  $dz$  je:**

$$dF_x = p dz D$$

Projekcija površine na  
pravac delovanje sile:  
 $A_x = dz D$

**Razmicanju poluprstenova odupire se debljina zida i  
dozvoljeni napon zatezanja materijala od koga je napravljen  
rezervoar**

$$dT = d\sigma dz$$

**Poluprstenovi se spajaju na dva mesta pa je**

$$dF_x = 2dT$$

**Uvrštavanjem nalazimo**

$$d\sigma = \frac{dF}{dA} = \frac{pdzD}{2dzs}$$

$$\sigma = \frac{pD}{2s}$$

**Ako je najveće dopušteno naprezanje materijala suda  $\sigma_{dop}$  onda je**

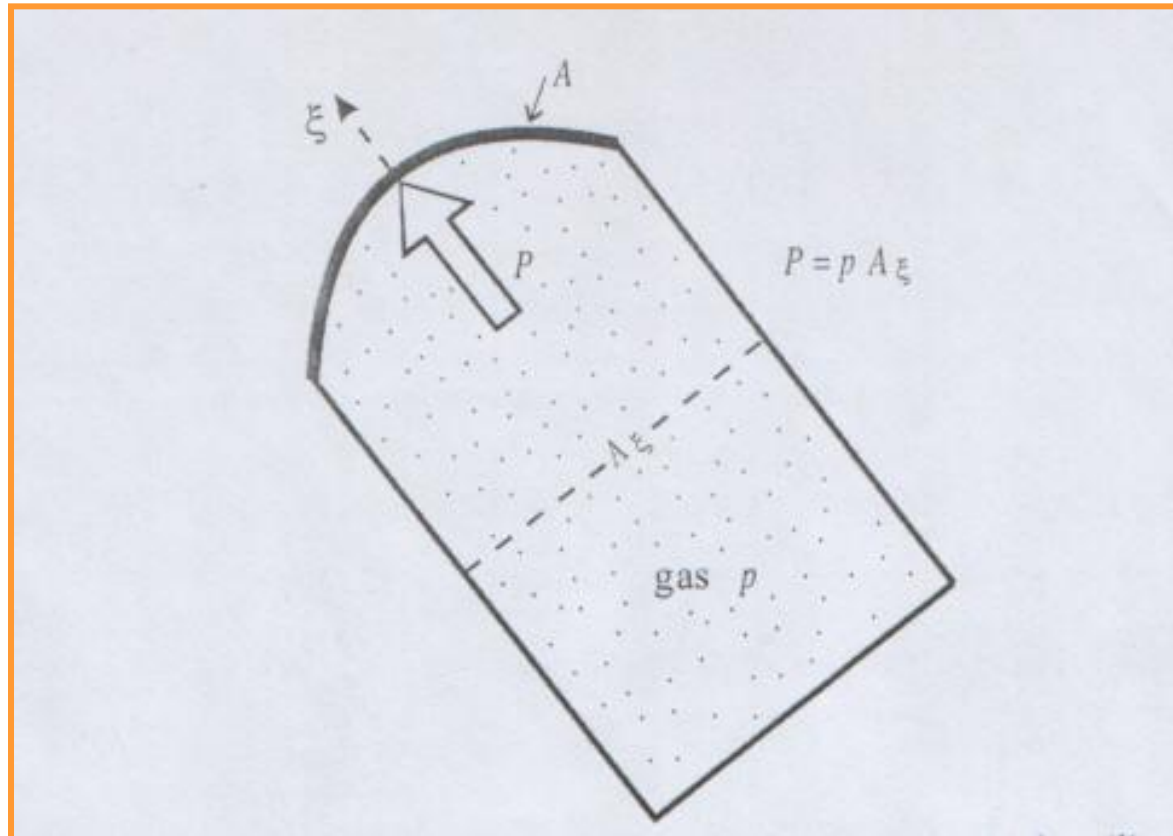
$$s = \frac{pD}{2\sigma_{dop}}$$

**Ovo je Mariott-ova formula za debljinu zidova rezervoara!**





- Komponenta za bilo koji pravac sile kojom gas deluje na bilo koju površinu suda jednaka je sili na projekciju te površine normalnu na pravac upravan na pravac delovanja posmatrane sile.

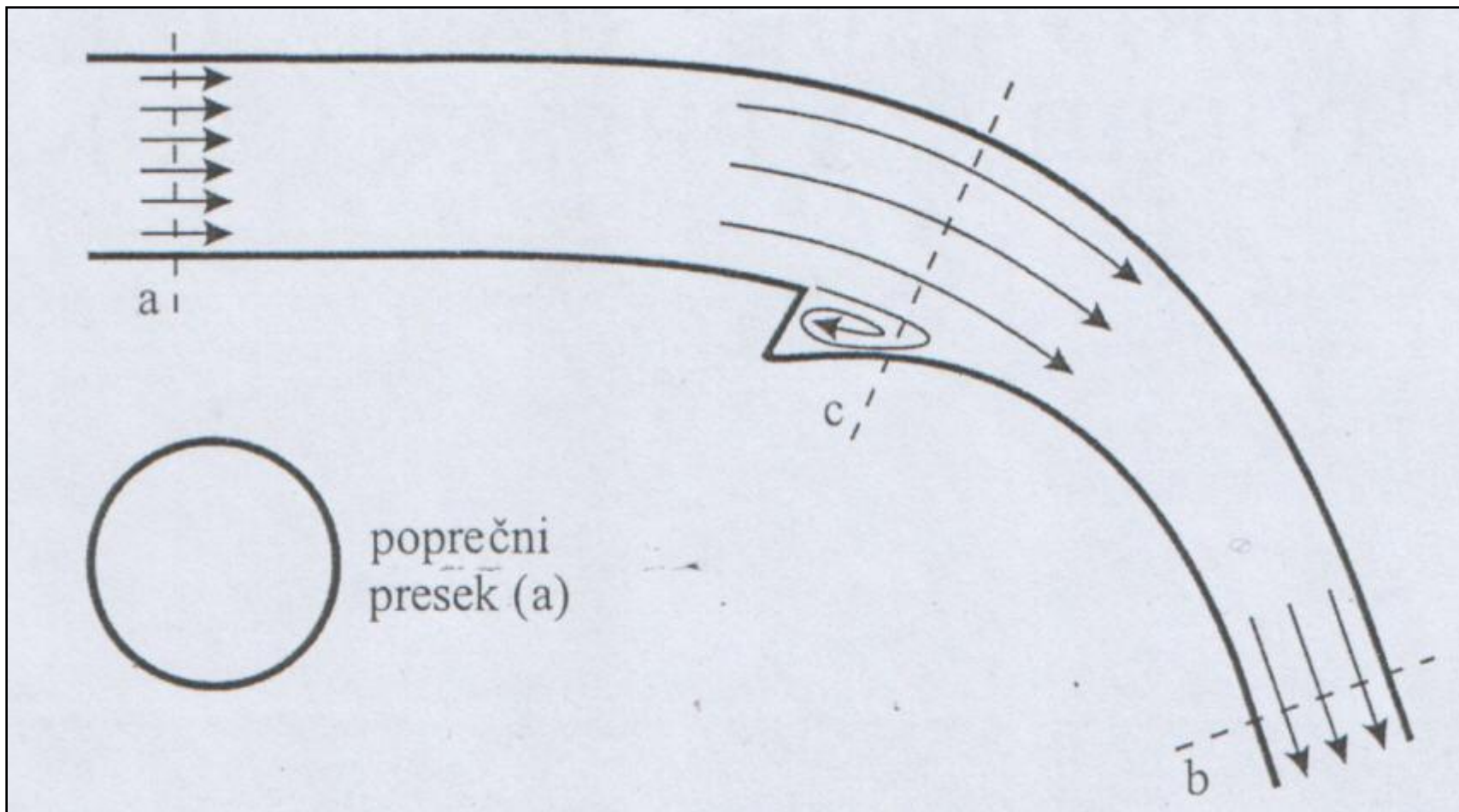


# **HIDROKINEMATIKA**

# Osnove za proučavanje ustaljenih tečenja upoređujući stanja u dva poprečna preseka

- Predpostavke:
- **Prva pretpostavka:**
- Proučavaju se zadaci gde razmatrano strujanje prolazi kroz površinu normalno na pravac strujanja. To je struja koja prolazi kroz pop.presek.
- Uslov je da strujanje kroz pop.presek *pravolinijsko i paralelno.*

- Kod posmatranog strujanja, moraju postojati minimum dva takva preseka, što stvara mogućnost upoređenja strujanja između tih preseka.
- Ističe se da dati uslovi za poprečni presek ne moraju biti ispunjeni duž cele struje, dovoljno je pronaći dva takva preseka koja nam omogućavaju upoređenje struja



- Između preseka I i II može se primeniti dati uslov o upoređenju strujanja, dok presek III ne ispunjava uslov za pravolinijsko i paralelno strujanje

## Druga pretpostavka:

- Proučava se samo strujanje nestišljivog fluida ( $\rho = \text{const.}$ ), uz delovanje težine kao jedine zapreminske sile
- Treći uslov hidrostatičke važi samo za mirovanje tečnosti, jer osim sfernih (pritisci) u hidrodinamici deluju tangencijalni (smičući) naponi. Ovi naponi se ostvaruju preko trenja između delića fluida koji se kreću različitim brzinama.

- U praktičnim zadacima vrlo često se izostavlja tangencijalni napon i zadatak se rešava za “idealni fluid”!
- Tako dobijena rešenja se onda “popravljaju” shodno saznanjima dobijenim iz eksperimentalnih istraživanja.
- Procenjuje se zbirni uticaj između dva posmatrana preseka, onoga što unosi devijatorski deo napona, a to je trenje između delića fluida i između fluida i čvrste granice.

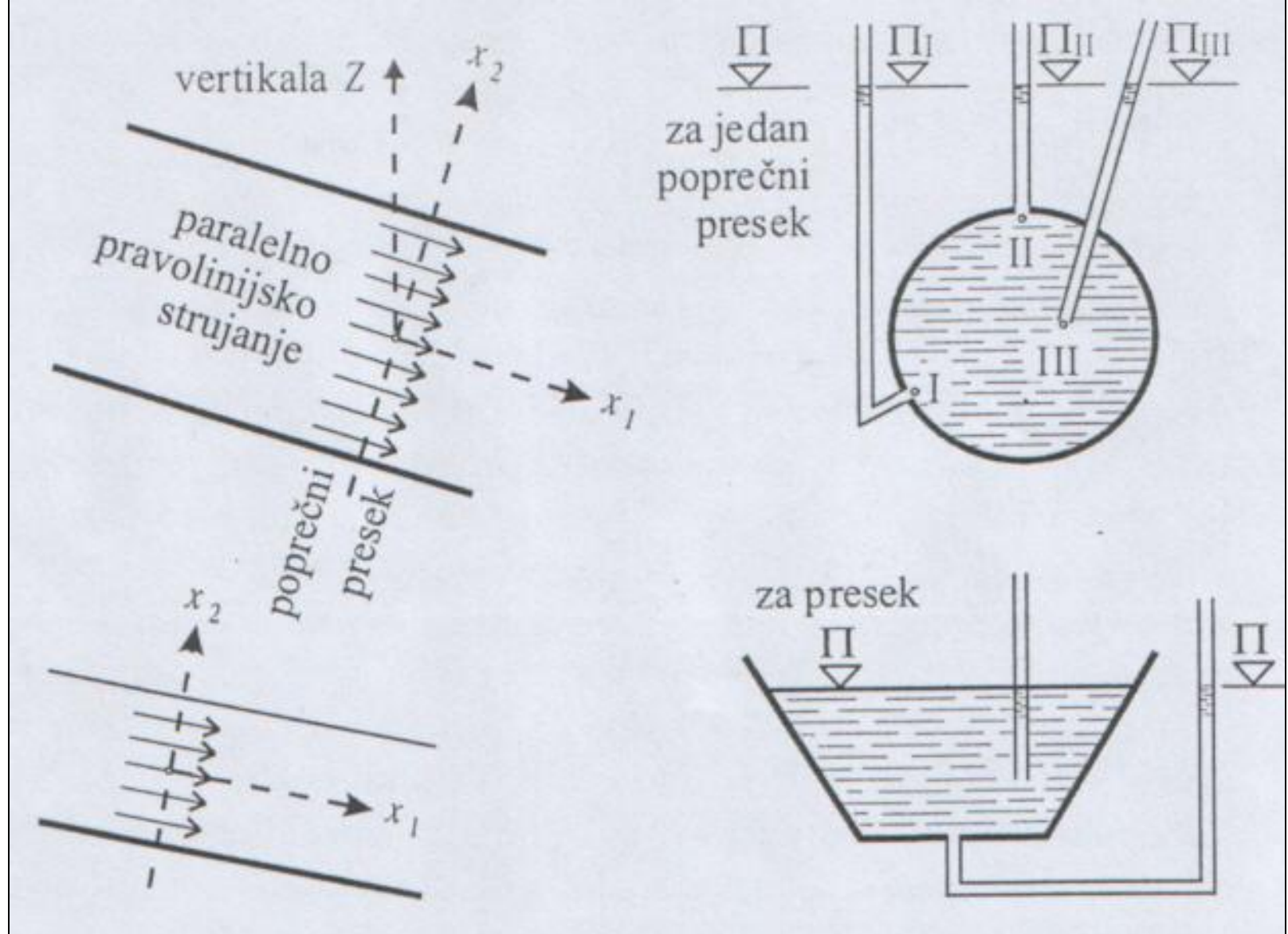


# Treća pretpostavka:

- Posledica pretpostavljenog paralelnog strujanja je hidrostatički zakon rasporeda pritiska po poprečnom profilu struje, odnosno za sve deliće istog poprečnog preseka piježometarska kota je ista (odnosno za ceo presek)

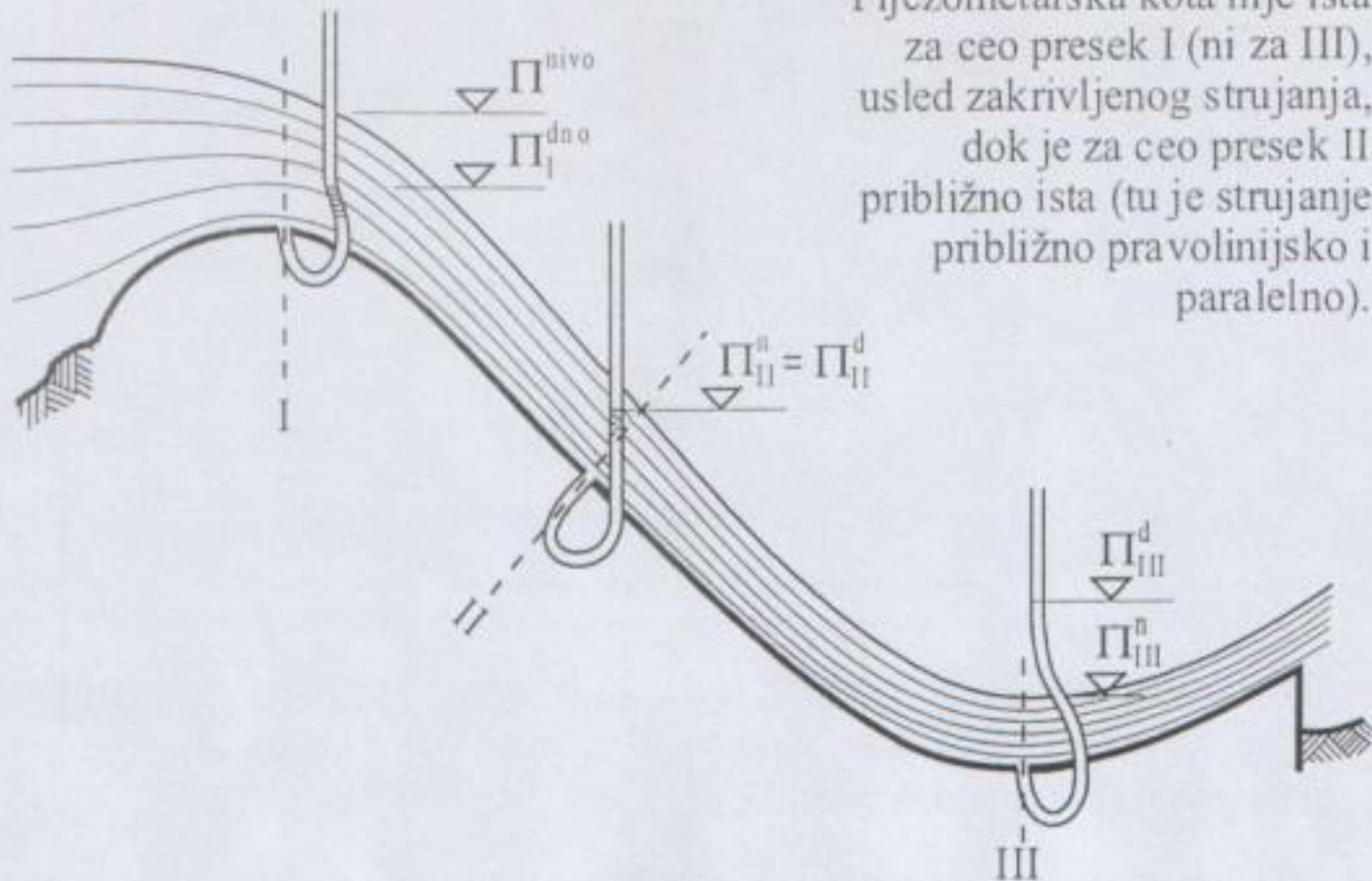
- Ako sa  $x_1$  označimo pravac strujanja, a sa  $x_2$  bilo koji pravac u ravni poprečnog preseka, pod pravim uglom na  $x_1$  može se napisati:

$$\frac{\partial \left( Z + \frac{p}{\gamma} \right)}{\partial x_2} = \frac{\partial \Pi}{\partial x_2}$$

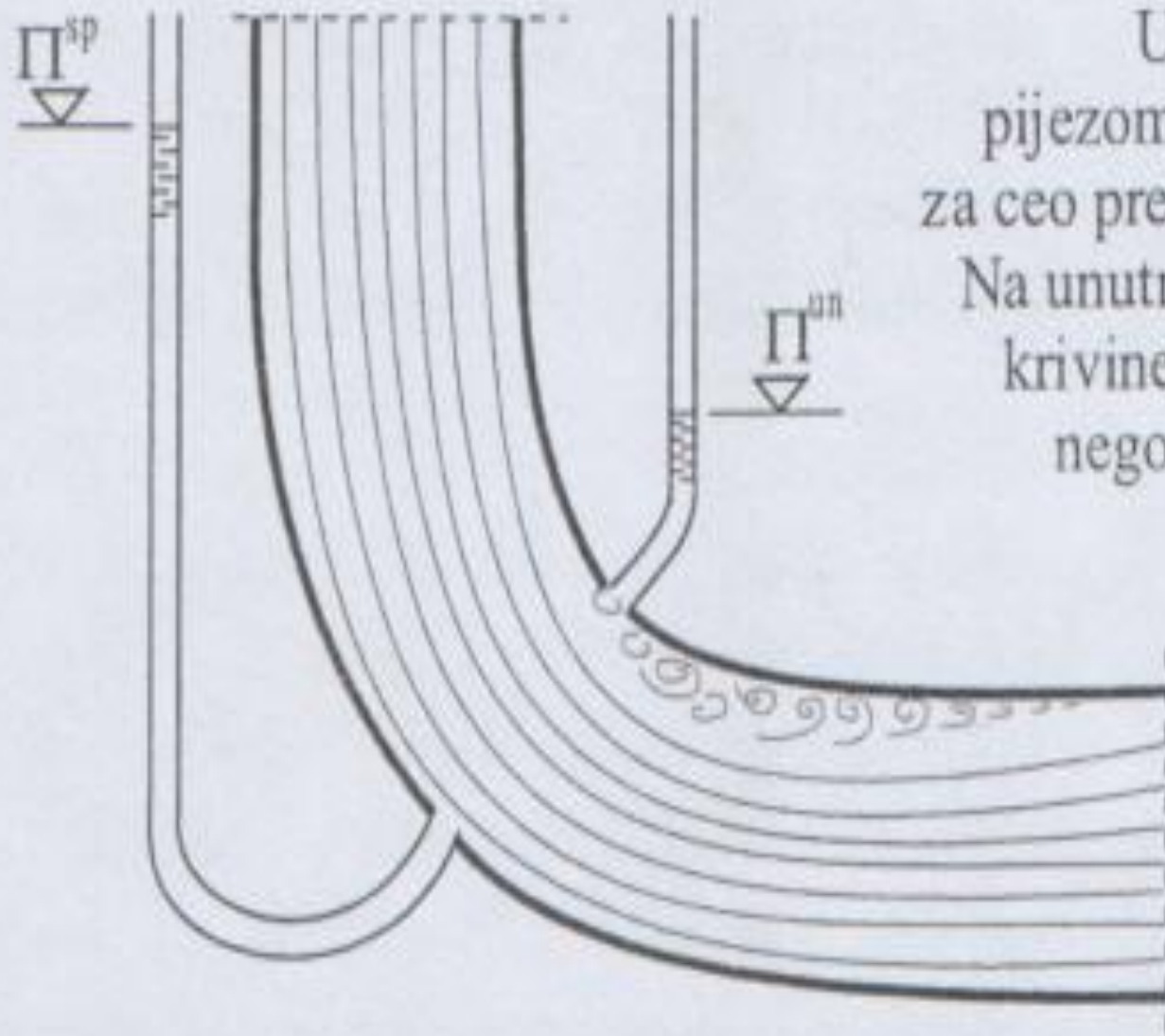


- **Pijezometarska kota za ceo jedan poprečni presek struje je ista; gornji crtež odnosi se na struju pod pritiskom (cev), a donja na struju sa slobodnom površinom (kanal)**

- Ako su brzine normalno usmerene na presek, a strujanje je krivolinijsko, tada se piježometarska kota povećava ka spoljašnjoj strani krivine, jer postoji ubrzanje (centrifugalno) u pravcu normalnom na strujanje. Unošenje ovog ubrzanja remeti hidrostatičku raspodelu pritiska)



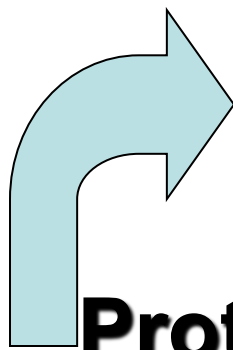
Pijezometarska kota nije ista za ceo presek I (ni za III), usled zakrivljenog strujanja, dok je za ceo presek II približno ista (tu je strujanje približno pravolinijsko i paralelno).



U krivini cevi  
pijezometarska kota  
za ceo presek nije ista.  
Na unutrašnjoj strani  
krivine kota je niža  
nego na spoljnoj.

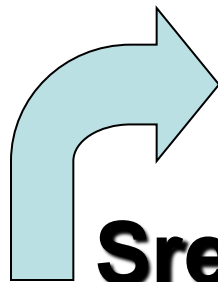
# Četvrta pretpostavka

- Brzina struje je po celom pop.preseku usmerena normalno na presek, pa se može napisati.



$$Q = \int_A u dA = vA$$

**Proticaj kroz poprečni presek struje**



$$v = \frac{1}{A} \int_A u dA = \frac{Q}{A}$$

**Srednja brzina za preseku**

## Peta pretpostavka:

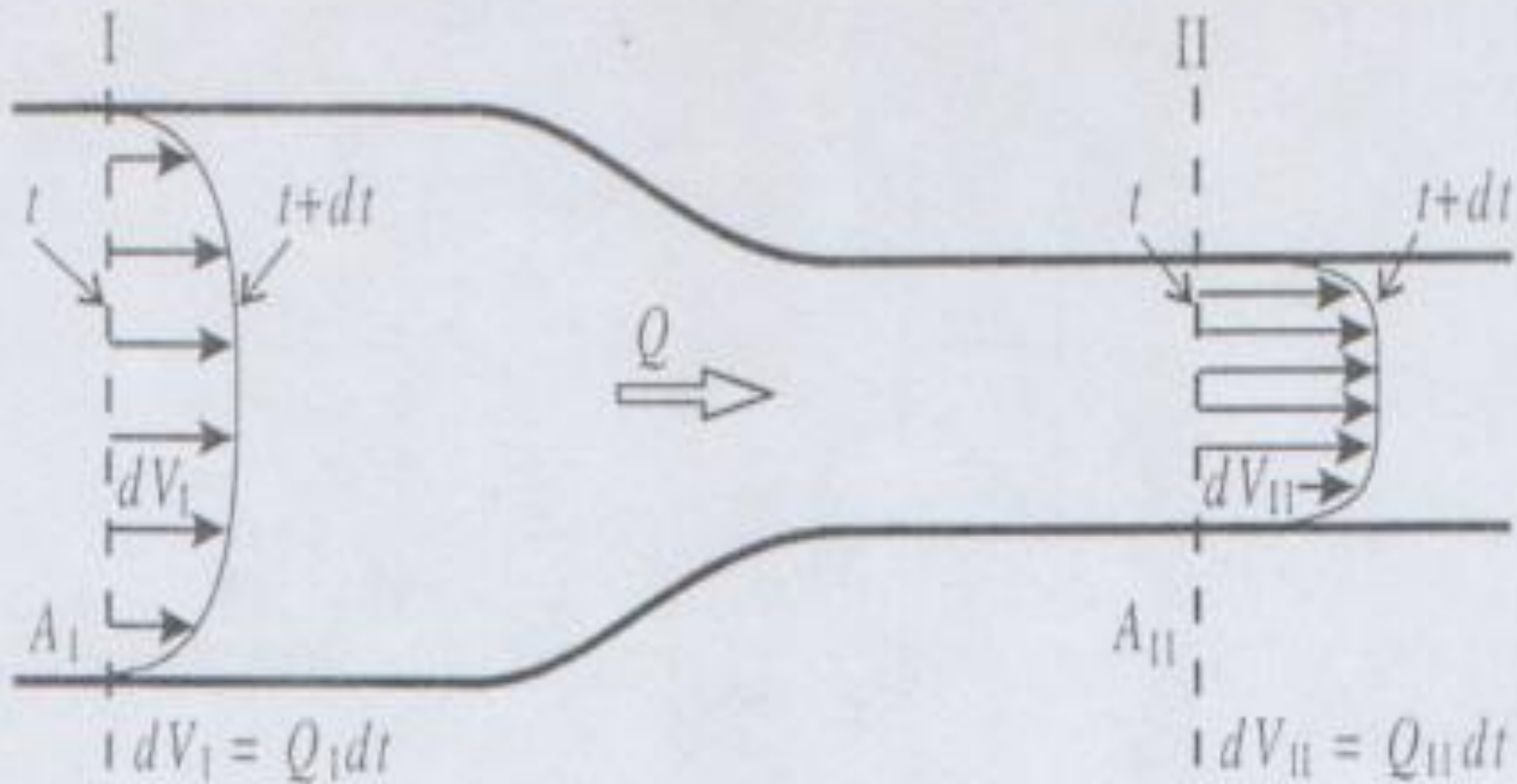
- Kako je u naslovu napomenuto, razmatraju se ustaljena strujanja. Ovo znači da se vrednosti **ne menjaju tokom vremena, ni brzina ni pijezokota.**

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial t} = 0$$



# Šesta pretpostavka:

- Načelo o nepromenljivosti mase i neprekidnosti (kontinuiteta) fluida, ukazuje da proticaj kroz dva poprečna preseka mora biti isti. Ovo dovodi do toga da su jednake zapremine  $dV_i$  i  $dV_{ii}$  koju posmatrana masa fluida za vreme  $dt$  napusti!

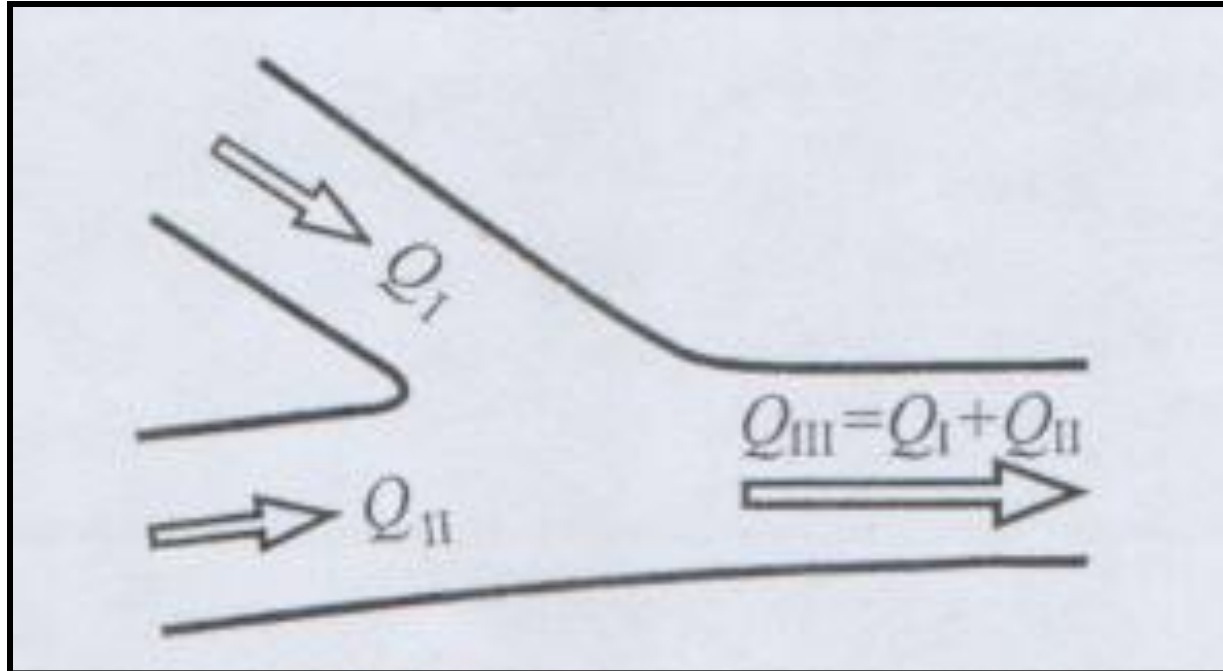


$$dV_1 = dV_2 \rightarrow Q_1 = Q_2 \rightarrow (vA)_1 = (vA)_2$$

- **Nepromenljivost mase i neprekidnost fluida znače jednakost za vreme dt napuštene zapremine  $dV_i$  i istovremeno osvojene zapremine  $dV_{ii}$**

$$Q_i = Q_{ii}$$
$$(vA)_i = (vA)_{ii}$$

**Jednačina nepromenljivosti mase ili jednačina neprekidnosti (kontinuiteta)**



**Nepromenljivost mase i neprekidnost fluida uslovljavaju izjednačenje proticaja: zbir proticaj u obe sastavnice jednak je proticaju posle spajanja**

# Sedma pretpostavka:

- Između dva poprečna preseka struja je ograničena omotačem. Omotač je čvrsta nepokretna granična površina. Između njega i fluida nema razmene energije (nema rada). To ne znači da nema gubitaka energije vodnog toka.
- **Gubi se na vrtloženju unutar cevi usled trenja delića, i ta energija se pretvara u toplotnu.**

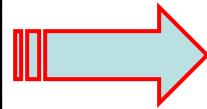
- Kod kanala omotač je delimično čvrsta granica, a delimično slobodna površina.
- Sile trenja između vode i vazduha su zanemarljive u odnosu na trenje vode i čvrste granice.
- Posebna vrsta zadatka: čvrsti omotač se kreće i na taj način se vrši prenos energije između njega i fluida.
- Misli se na pumpe kada se električna energija pretvara u mehaničku, a mehanička u energiju vodnog toka.

- Suprotan slučaj je kada se energija vodnog toka preko obrtanja lopatica turbine pretvara u električnu energiju.
- U ovom slučaju se svega **70-75%** energije vodnog toka pretvara u električnu, a ostalo su gubici.

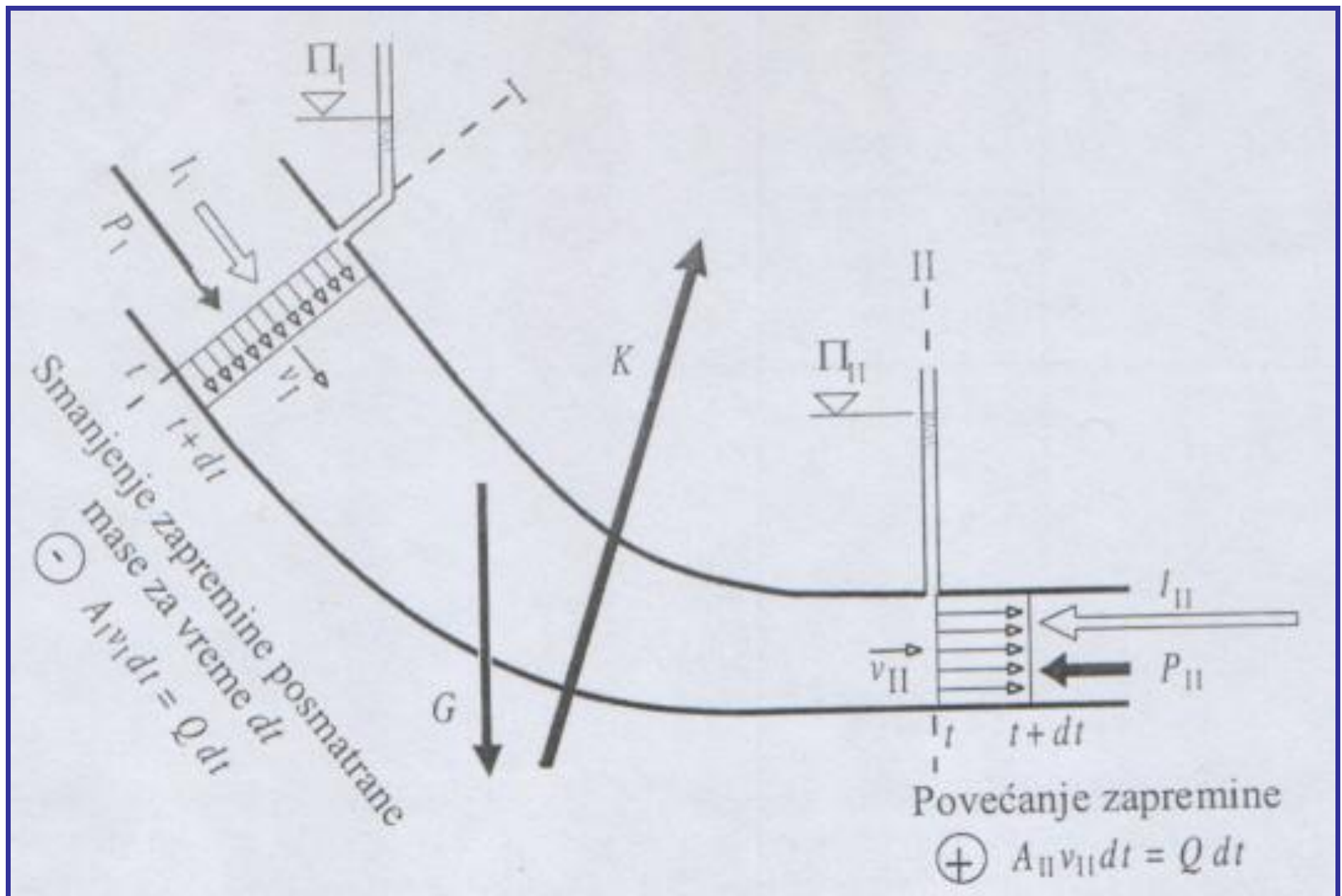
# Dinamička jednačina ili jednačina o količini kretanja

- Na masu koja u određenom vremenskom trenutku zauzima prostor zapremine  $V$ , između poprečnih preseka  $I_1, I_2$  primeniće se stav:

Priraštaj količine kretanja  
posmatrane  
mase u jedinici vremena



Rezultanti sila koje  
na tu masu  
deluju



- Posmatrana masa fluida koja u trenutku  $t$  zauzima prostor između preseka I i II, za vreme  $dt$  pomerila se shodno slici.
- Zapremina koju je ta masa napustila u preseku I mora biti jednaka zapremini koju je ta masa u isto vreme osvojila u preseku II, jer je masa nepromenljiva, a gustina konstantna.



- $V=Qdt$ ;
- $m=\rho V= \rho Qdt$
- Količina kretanja je proizvod mase i brzine. Odatle priraštaj količine kretanja posmatrane mase za vreme  $dt$  iznosi:

$$- \rho Qdt * v_I + \rho Qdt * v_{II} = \rho Q(v_I - v_{II})$$

- Shodno početnom stavu ovog poglavlja:

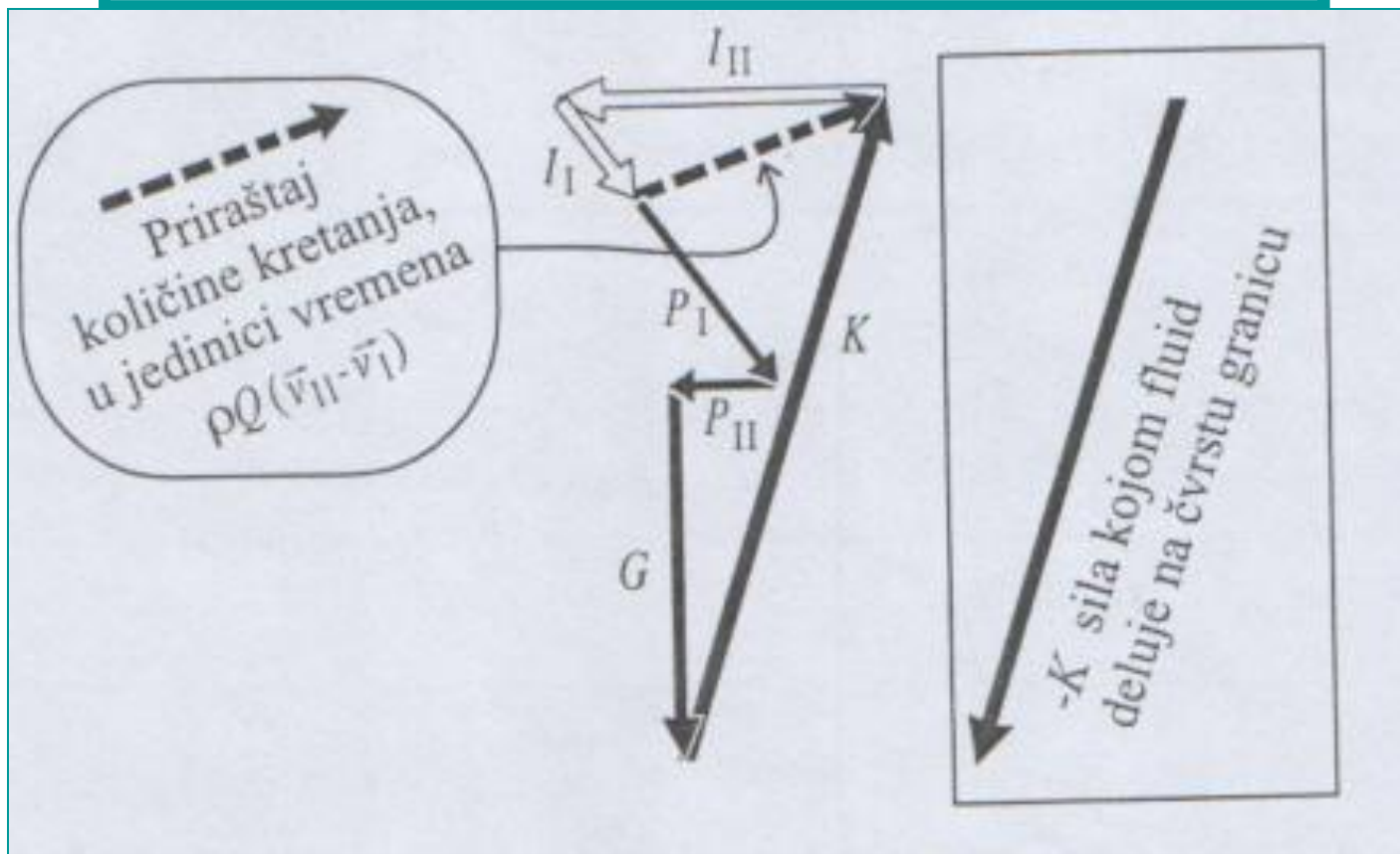
$$\rho Q(v_I - v_{II}) = G + K + P_I + P_{II}$$

**Dinamička jednačina**

- Priraštaj količine kretanja u jedinici vremena formalno se prihvata kao sila (fiktivna inercijalna sila) i onda se dinamička jednačina posmatra kao jednačina ravnoteže sila, s tim da se ukupna “inercijalna sila” može podeliti na komponente po presecima.
- $I = I_I + I_{II}$
- $I_I = \rho Q v_I$
- $I_{II} = \rho Q v_{II}$

- Konačno, dinamička jednačina može se predstaviti kao jednačina ravnoteže, gde je zbir svih sila jednak nuli.

$$I_I + I_{II} + G + K + P_I + P_{II} = 0$$



- Sa praktičnog stanovišta kao upustvo za rešavanje zadataka:
  - A. sila pritiska na granični presek određuje se na osnovu hidrostatičkih načela, jednaka je površini poprečnog preseka i pritiska u težištu pop.preseka. Deluje ispod težišta pop.preseka, ukoliko je piježokota iznad težišta odnosno obratno. U praksi vrlo retko kod cevovoda računamo ekscentricitet jer je mali.**
  - B. Komponenta inercijalne sile za bilo koji presek deluje uvek ka masi vode (unutra) i u težištu preseka**

# Jednačina mehaničke energije

- Kao u prethodnim poglavljima analiziraćemo masu fluida između dva poprečna preseka.
- Važe isti uslovi:  
Da je strujanje pravolinijsko i paralelno.
- Zapremina tečnosti koju napusti za vreme  $dt$  iz preseka (I) je  $Qdt$ , je ista zapremini koju osvoji u preseku (II). Za posmatranu zapreminu primeniće se stav iz elementarne fizike

**Priraštaj kinetičke  
energije  
posmatrane mase  
tečnosti**

**=**

**Radu sila na toj  
masi, umanjen za  
energiju koja iz  
mehaničke pređe u  
drugu vrstu**

Po istom principu iz prethodnog poglavlja kada je istaknuto da je količina kretanja jednaka proizvodu mase i brzine i dobili priraštaj količine kretanja posmatrane mase,  $\rho Q dt(v_{II} - v_I)$ , i ovde dolazimo do rezultata

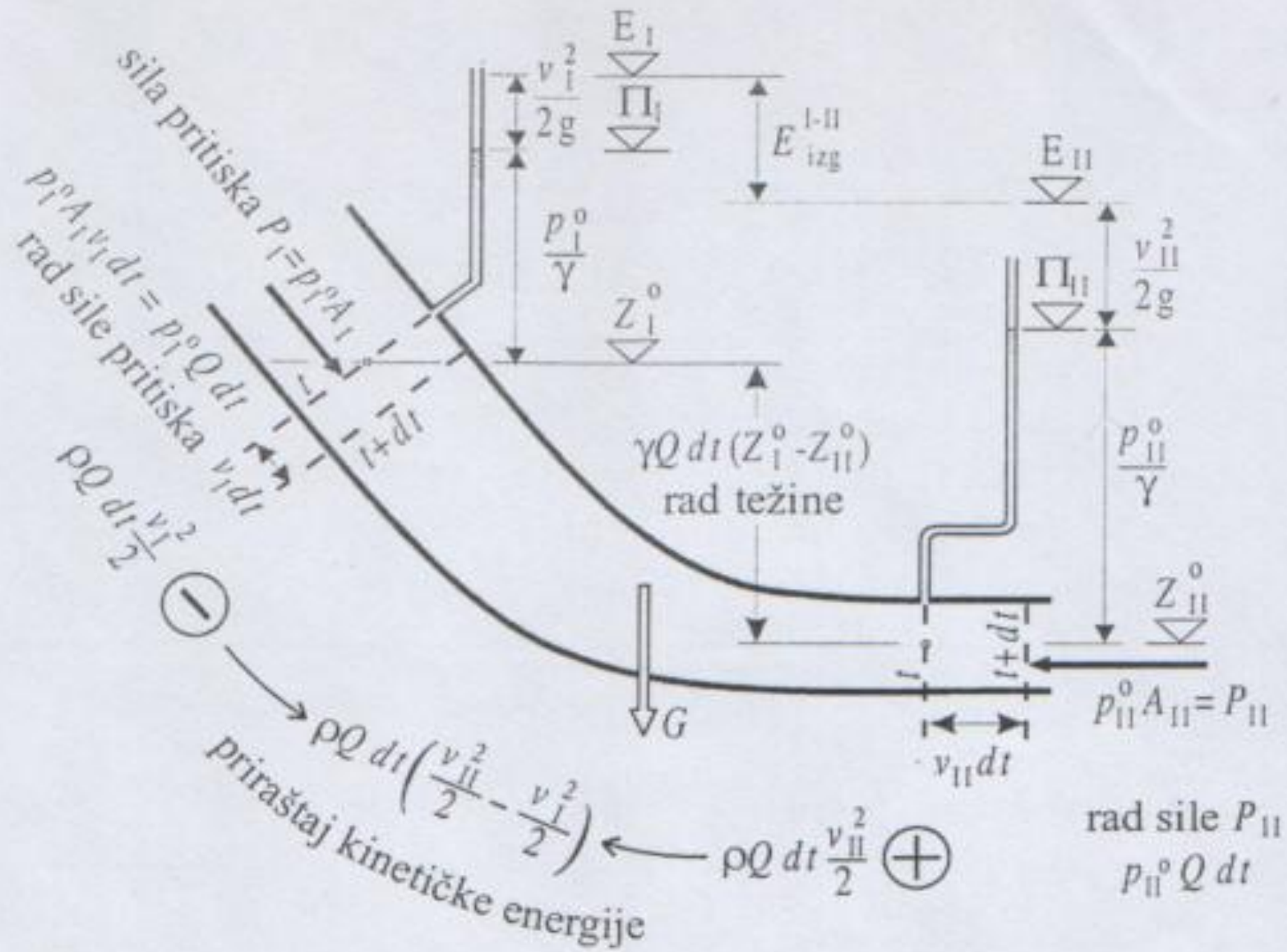
- Treba znati da je kinetička energija skalarna veličina, a količina kretanja vektorska veličina.

$$Ek = m \frac{v^2}{2}$$

$$m = \rho Q dt = \rho V$$

$$-\rho Q dt \frac{v_I^2}{2} + \rho Q dt \frac{v_{II}^2}{2} = \rho Q dt \left( \frac{v_{II}^2}{2} - \frac{v_I^2}{2} \right)$$

$$Ek_{II} - Ek_I = \Delta Ek$$





- Posmatramo rad sila koje deluju na analiziranu masu vode. To je zapreminska sila težine  $G$ , površinske sile  $P_i$  i  $P_{ii}$  i sila  $K$  čvrste granice.
- Rad sile težine je jednak radu premeštanja zapremine ( $Qdt$ ) sa položajne kote  $z_i$ , na položajnu kotu  $z_{ii}$ , s tim da se posmatra težina mase

$$G = \gamma V = \gamma Qdt$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{rad sile težine na} \\ \text{posmatranu masu} \\ \text{za vreme } dt \end{array} \right] = \gamma Qdt (Z_i^0 - Z_{ii}^0)$$

- Jasno je da se ne premešta ista zapremina  $Q_{dt}$  iz preseka (I) u presek (II), već se pomeranjem cele mase tečnosti između ta dva preseka dolazi do date zavisnosti.
- Rad površinskih sila se definiše kao skalarni proizvod vektora sile i vektora pomeranja tela na koje sila deluje.

$$A_{rad} = P * \Delta s$$

- Pomeranje se može izraziti i preko brzine i vremena  $dt$ ,  $\Delta s = v * dt$ , pa se rad površinskih sila može izraziti kao:

$$P_i * \Delta s_i - P_{ii} * \Delta s_i = P_i v_i dt - P_{ii} v_{ii} dt$$

- $P = p_i \cdot A$

$$p_i \cdot A_i \cdot v_i dt - p_{ii} \cdot A_{ii} \cdot v_{ii} dt = (p_i - p_{ii}) Q dt$$

$$A_i \cdot v_i = A_{ii} \cdot v_{ii} = Q$$

- Što se tiče rada sile  $K$  kojom čvrsta granica deluje na tečnost on je  $O$  (nula), jer je čvrsta granica nepokretna.
- Treba imati na umu da je rad površinskih sila  $P_i$  i  $P_{ii}$  u stvari mehanička energija.
- Izvestan deo tog rada iz mehaničke energije se pretvara i prelazi u toplotnu.

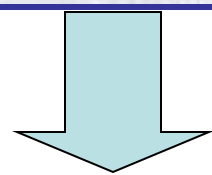
- Taj rad je za mehaničku energiju izgubljen, zbog toga se taj deo rada mora oduzeti iz bilansa mehaničke energije. Uobičajeno je da se taj rad (izgubljeni) obeležava sa:

**$E_{izg} * G = E_{izg} * \gamma * V = E_{izg} * \gamma * Q dt$** , gde je  $E_{izg}$  veličina energije po jedinici težine koja se gubi iz mehaničke energije kroz rad površinskih sila  **$P_i$**  i  **$P_{ii}$** . To je u stvari rad napona trenja između delića fluida.

- Konačno se može napisati jednačina shodno izrečenom stavu na početku:

$$\underbrace{\frac{v_{II}^2}{2g} - \frac{v_I^2}{2g}}_{\left[ \begin{array}{l} \text{priraštaj} \\ \text{kinetičke} \\ \text{energije} \end{array} \right]} = \underbrace{\left( Z_I^0 - Z_{II}^0 \right) + \left( \frac{p_I^0}{\gamma} - \frac{p_{II}^0}{\gamma} \right) - E_{izg}^{I-II}}_{\left[ \begin{array}{l} \text{rad sila umanjen za prelaz iz} \\ \text{mehaničke u drugu vrstu energije} \end{array} \right]}$$

po jedinici težine



$$\frac{v_{II}^2}{2g} - \frac{v_I^2}{2g} = \Pi_I - \Pi_{II} - E_{izg}^{I-II}$$

**Jednačina mehaničke energije**



$$\underbrace{\left( \underbrace{\left( \Pi + \frac{v^2}{2g} \right)_I}_{E_I} - \left( \Pi + \frac{v^2}{2g} \right)_{II} \right)}_{\left[ \text{smanjenje mehaničke energije} \right]} = \underbrace{E_{izg}^{I-II}}_{\left[ \begin{array}{l} \text{prešlo iz meha-} \\ \text{ničke u drugu} \\ \text{vrstu energije} \end{array} \right]}$$

po jedinici težine

$$\underbrace{\left( \Pi + \frac{v^2}{2g} \right)_I - \left( \Pi + \frac{v^2}{2g} \right)_{II}}_{E_I - E_{II}} = \underbrace{E_{\text{izg}}^{I-II}}_{\text{prešlo iz mehaničke u drugu vrstu energije}}$$

[ smanjenje mehaničke energije ]      [ prešlo iz mehaničke u drugu vrstu energije ]

po jedinici težine

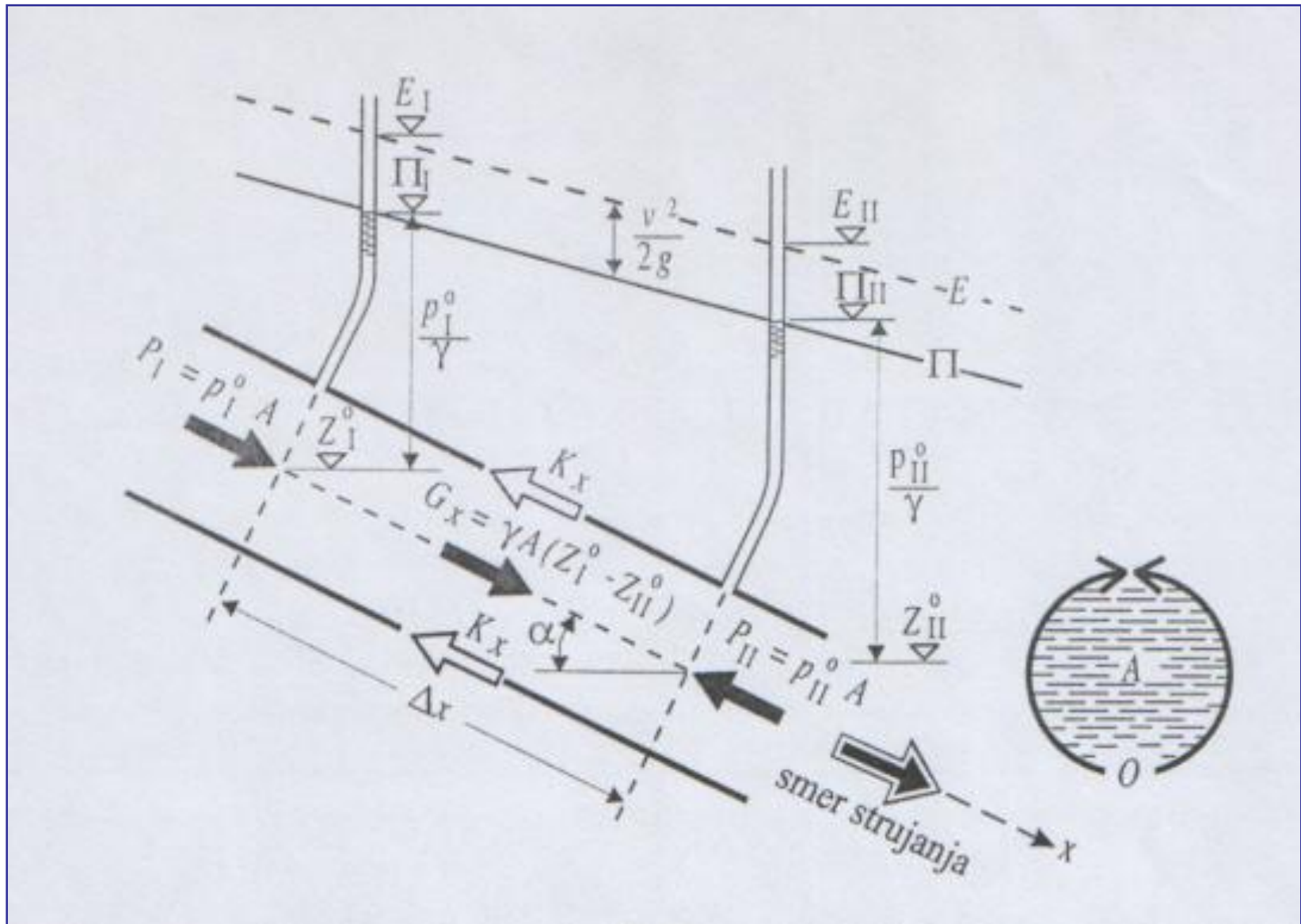
- Uobičajeno je da se gornja jednačina u hidrauličkoj praksi naziva Bernulijeva jednačina. Za “idealni” fluid nema otuđenja mehaničke energije, pa je za njega  $E_I = E_{II}$ .

- U hidraulici je uobičajeno da se energija predstavlja visinskom kotom.
- Kao što je to piježokota odnosno potencijalna energija. Zbog toga se vrlo često kinetička enegija ( $v^2/2g$ ) naziva “brzinskom visinom”
- Kada je cev istog prečnika onda su linije potencijalne energije i linije ukupne energije paralelne, duž cele posmatrane struje.

# Osnove za rešavanje praktičnih zadataka jednolikih struja

- Posmatra se pravolinijska struja konstantnog poprečnog preseka, shodno tome strujanje je kroz sve poprečne preseke ne samo pravolinijsko i paralelno, nego u svim presecima i istovetno.
- Kažemo da je strujanje jednoliko a srednja brzina ( **$v = \text{const.}$** )
- Napisaćemo za bilo koja dva preseka takve struje dinamičku jednačinu s tim da ćemo izostaviti inercijalnu silu jer su njene komponente jednake ali suprotnog smera, pa se potiru ( **$I_i = I_{ii}$** )







- **Zapreminska sila težine:**

$$G = \gamma * A * \Delta x$$

$$G_x = \gamma * A * (z_i - z_{ii})$$

- **Sile pritiska:**

$$P_i = p_i * A_i$$

$$P_{ii} = p_{ii} * A_{ii}$$

-----

$$P_i - P_{ii} = A(p_i - p_{ii})$$

- Dinamička jednačina:

$$\gamma A(Z_1^o - Z_{II}^o) + A(p_1^o - p_{II}^o) = K_x$$

deljenjem sa  $\gamma^* A$

$$\left(Z^o + \frac{p^o}{\gamma}\right)_I - \left(Z^o + \frac{p^o}{\gamma}\right)_{II} = \frac{K_x}{\gamma A}$$

ili uvođenjem piježometarske kote i korišćenjem izraza za silu trenja:

$$\Pi_I - \Pi_{II} = \frac{K_x}{\gamma A} = \frac{\tau O}{\gamma A} \Delta x$$


Ranije izvedena energetska jednačina je definisala da je:

$$E_I - E_{II} = \Pi_I - \Pi_{II} = E_{izg}$$

- Za kanalske tokove može se smatrati da je sila trenja po slobodnoj površini zanemarljiva u odnosu na silu trenja o čvrstu granicu (bokovi i dno kanala). Trenje se računa samo o čvrstu površinu, iz toga se za obim ( $O$ ) uzima samo “okvašen obim”
- Pošto se u prethodnim jednačinama pojavljuje odnos  $A/O$ , uvodimo jedan novi pojam a to je “hidraulički radijus” ( $R=A/O$ )

- Od dva provodnika sa istom površinom poprečnog preseka veću propusnu moć ima onaj koji ima veći hidraulički radijus, jer ima manju površinu trenja.
- Uvođenjem hidrauličkog radijusa uz prelazak na neizmerno mali priraštaj  $dx$  dobijamo:

Jednačina jednolike ustaljene struje

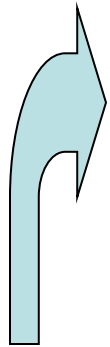

$$\frac{d\Pi}{dx} = \frac{dE}{dx} = \frac{\tau}{\gamma R}$$

- Što se tiče strujanja u otvorenim tokovima važi ista jednačina s tim da se duž toka javlja ista dubina koju nazivamo normalna dubina:

$$\frac{dh}{dx} = 0 \Rightarrow h = h_n = \text{const.}$$

- Kod otvorenih tokova piježometarska linija je ujedno i linija nivoa tečnosti.
- Pošto se dubina ne menja, to je piježometarska linija paralelna sa linijom dna, pa se za otvorene kanale može napisati:

$$\frac{dz_d}{dx} = \frac{d\Pi}{dx} = \frac{dE}{dx} = \frac{\tau}{\gamma R}$$



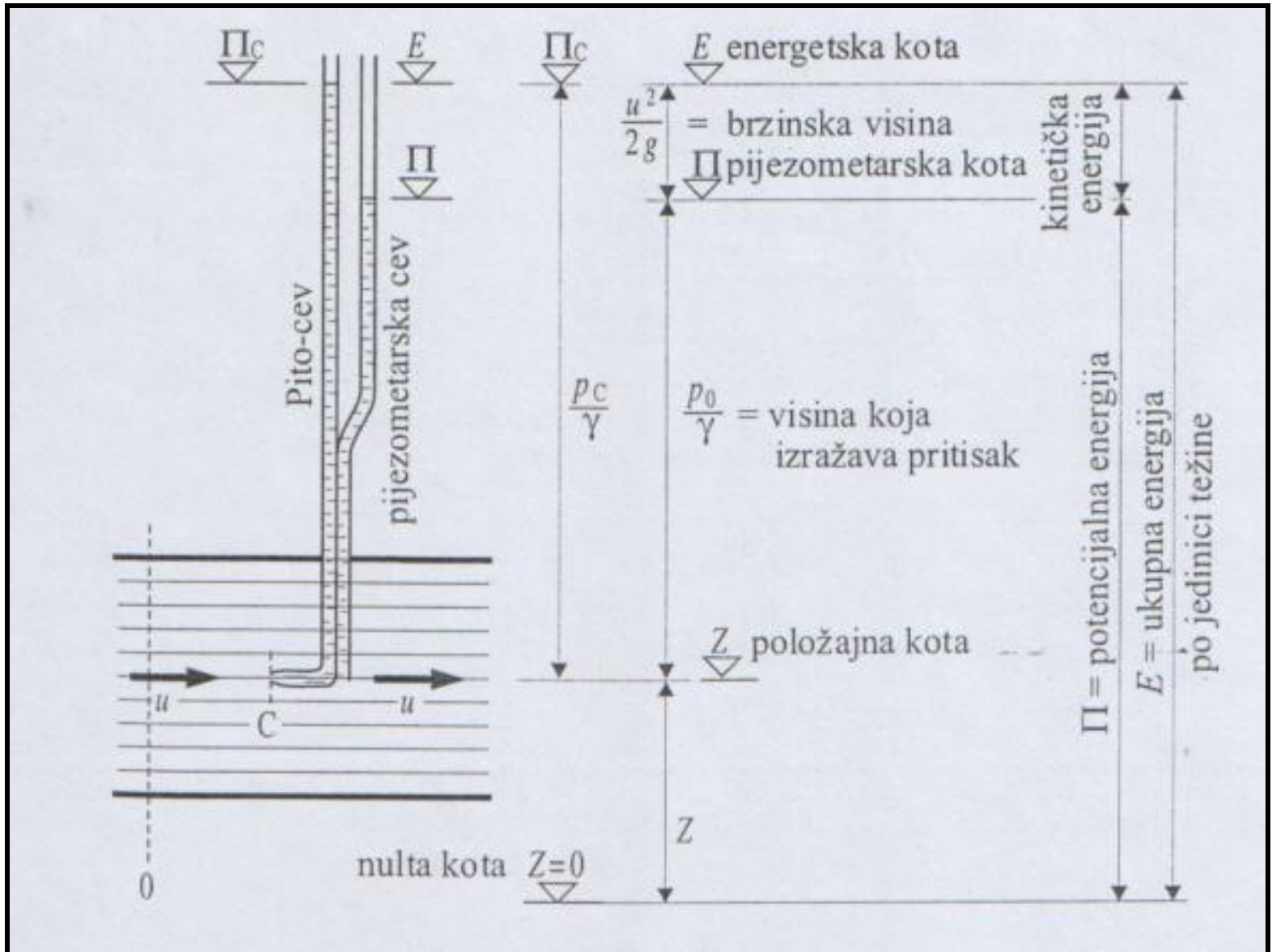
$$I_d = I_{\Pi} = I_E = \frac{\tau}{\gamma R} = \textit{const.}$$

Jednačina za jednoliko stacionarno strujanje u otvorenim tokovima

- Kod jednolikog stacionarnog strujanja u otvorenim tokovima, strujanje se uspostavlja izjednačavanjem sile trenja i komponente sile težine u pravcu struje ( $x$ ), naime sile pritiska se potiru.
- Dubina koja se uspostavlja u zavisnosti od pada dna kanala i sile trenja po obodu kanala nazvana je normalnom.



# Pito-cev i "zaustavni pritisak"



- Postavljanjem ove dve cevi u vodu uočićemo da u pito-cevi imamo viši nivo. Ovaj nivo ( $\Pi_c$ ) predstavlja pijezo kotu mase vode koja se nalazi u cevčici, odnosno njenu ukupnu energiju.
- Druga cev je postavljena upravno na pravac struje, odnosno brzine i stoga nije pod njenim uticajem, odnosno ova cev pokazuje potencijalnu energiju u datom preseku, a to je pitezokota pa se stoga ona naziva pitezometarska cev (pijezo-cev)

- Postavljanjem jednačine energije za strujnicu, između preseka “o” i “c” uz zanemarivanje gubitaka energije na tako maloj dužini (idealni fluid) dobija se:

$$\Pi_o + \frac{u_o^2}{2g} = \Pi_c + \frac{u_c^2}{2g}$$

- Brzina u tački C je nula ( $u_c$ ) jer je zaustavljeno strujanje u toj tački, pa je

$$\Pi_o + \frac{u_o^2}{2g} = \Pi_c$$

- Kada bi se ovo isto napisalo za presek u tački “o” i u tački “b”, videlo bi se da su pijezokote u preseku u i b iste.
- Iz prethodno proizilazi da je razlika kota  $\Pi_c$  i  $\Pi_b$  u stvari  $u^2/2g$ , odnosno kinetička energija. Iz ovog razloga se pito-cev u hidrauličkim laboratorijama koristi za merenje brzine u tački.
- S druge strane pritisak u tački c sa  $p_c$ . Shodno prethodnoj jednačini meže se

napisati:

$$\frac{p_o - p_c}{\gamma} = \frac{u^2}{2g}$$

- $p_o - p_c = p_u$  “**zaustavni pritisak**” –jer ga je napravila brzina  $u$  koja je zaustavljena u tački  $c$ . On je bitan kod udara mlaza vode u zid kad se određuje sila udara.

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{p_u}{\gamma} / (\rho g) \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho u^2}{2} = p_u$$

- Uobičajeno je da se tangencijalni napon ( $\tau$ ) “meri” u odnosu na zaustavni pritisak, ( $\tau/p_u$ ) a to se izražava sa bezdimenzionalnom veličinom:

$$C_{\tau} = \frac{\tau}{\frac{1}{2}\rho v^2} = \frac{\tau}{\gamma \frac{v^2}{2g}}$$



Koeficijent tangencijalnog napona

- Prethodno izvedenu jednačinu za jednoliko strujanje možemo sada izraziti kao:

- Pogodno je uvesti: 
$$I_D = \frac{\tau}{\gamma R} = c_\tau \frac{v^2}{2gR}$$

- Za kružne preseke umesto  $R$  može se napisati: 
$$\lambda = 4c_\tau = \frac{4\tau}{\gamma \frac{v^2}{2g}}$$

$$R = \frac{A}{O} = \frac{\frac{1}{4} \pi D^2}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

- Jednačina za  **$I_E$**  izražena sa  $D$  i  $\lambda$  glasi

$$I_E = \lambda \frac{v^2}{2gD}$$

$$\text{Eizg.} = I_E \times L$$



- Uobičajeno je da se izgubljena energija za cev kružnog preseka, a na dužini L na osnovu predhodnog izražava kao:

$$(1) \quad E_{izg} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \lambda = 0.115 \left( \frac{k}{D} \right)^{\frac{1}{4}}$$

- Iz datog izraza se vidi da za istu cev iste dužine i prečnika izgubljena energija je srazmerna kvadratu brzine. Ovo se naziva **kvadratni zakon otpora**

$$E_{izg} = \lambda \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2}$$

- Za provodnike koji nisu kružni, može se koristiti isti obrazac s tim da se umesto  $D$  koristi  $4R$ !
- Za betonske cevi hrapavost se procenjuje  $k=0.5-3(\text{mm})$  u zavisnosti od oplate koja se koristila za betoniranje.
- Za čelične i gvozdeno-livene cevi zbog moguće korozije  $k=0.2-2(\text{mm})$ , a kod PVC cevi, azbestnih cevi i ostalih savremenih materijala  $k=0.01-0.1(\text{mm})$

- Za neobložene zemljane kanale u zavisnosti od održavanja površine  $k=2-20(\text{mm})$
- U hidrauličkoj praksi uobičajeno je da se za otvorene tokove gde se sa sigurnošću može reći da se ostvaruje kvadratni zakon otpora, rasprostranjena je upotreba Szezi-Manning-ove formule (Manning formule)

$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I_E^{\frac{1}{2}}$$
$$(2) \quad Q = vA = \frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}} I_E^{\frac{1}{2}}$$

- Jednačina (1) se koristi kod proračuna provodnika pod pritiskom (cevi), a jednačina (2) se koristi kod proračuna otvorenih tokova (kanali, reke) u suštini se sa obe izračunava pad linije reke.
- Izjednačavanjem jednačine (1) i (2) s tim da za  $\lambda$  uvrstimo pun izraz dobićemo odnos Manningovog koeficijenta i apsolutne hrapavosti.

$$n = \sqrt{\frac{0.029}{2g}} k^{\frac{1}{6}}$$
$$n = \frac{1}{26} k^{\frac{1}{6}}$$

- Ako pogledamo da smo ranije naznačili da se “k” kod otvorenih tokova kreće između 2 i 20(cm) videćemo da je:

$$n=0.012-0.03$$

- Napominje se da u prethodnom obrascu za  $\lambda$  imamo samo uticaj hrapavosti cevi, što je u redu, ako su cevi izrazito hrapave, a ako su cevi glatke (PVC) korišćenje datog obrasca može dati znatno manje gubitke energije nego što su stvarni.
- Naime, u tom slučaju znatan deo gubitaka može nastati kao posledica lepljivosti, odnosno viskoznosti tečnosti.

- Date uticaje izražavamo preko “koeficijenta viskoznosti” pa se koeficijent trenja računa kao:

$$\lambda = 0.115 \left( \frac{k}{D} + \frac{60\nu}{vk} \right)^{\frac{1}{4}}$$

- Ako prihvatimo da se  $\lambda$  izračuna sa tačnošću do 2% onda se uticaj viskoznosti može zanemariti, ako je:

$$\frac{vk}{\nu} \geq 750$$

- Gde koeficijent viskoznosti zavisi od vrste tečnosti (voda, nafta, med...) i temperature tečnosti. Što je temperatura veća, to je viskoznost manja.
- U koliko je uticaj viskoznosti mali pa se taj član zanemaruje, takva cev se zove hrapava cev, suprotno u koliko je uticaj hrapavosti mali takva cev se zove glatka cev.

Коефицијент трења зависи од режима струјања (Рејнолдсовог броја  $Re=vd/\nu$ ) и од релативне храпавости цевовода  $\delta=e/d$  ( $e$  – апсолутна храпавост). За практично решавање цевних проблема, зависност између  $\lambda, \delta$  и  $Re$  дата је Мудијевим дијаграмом.

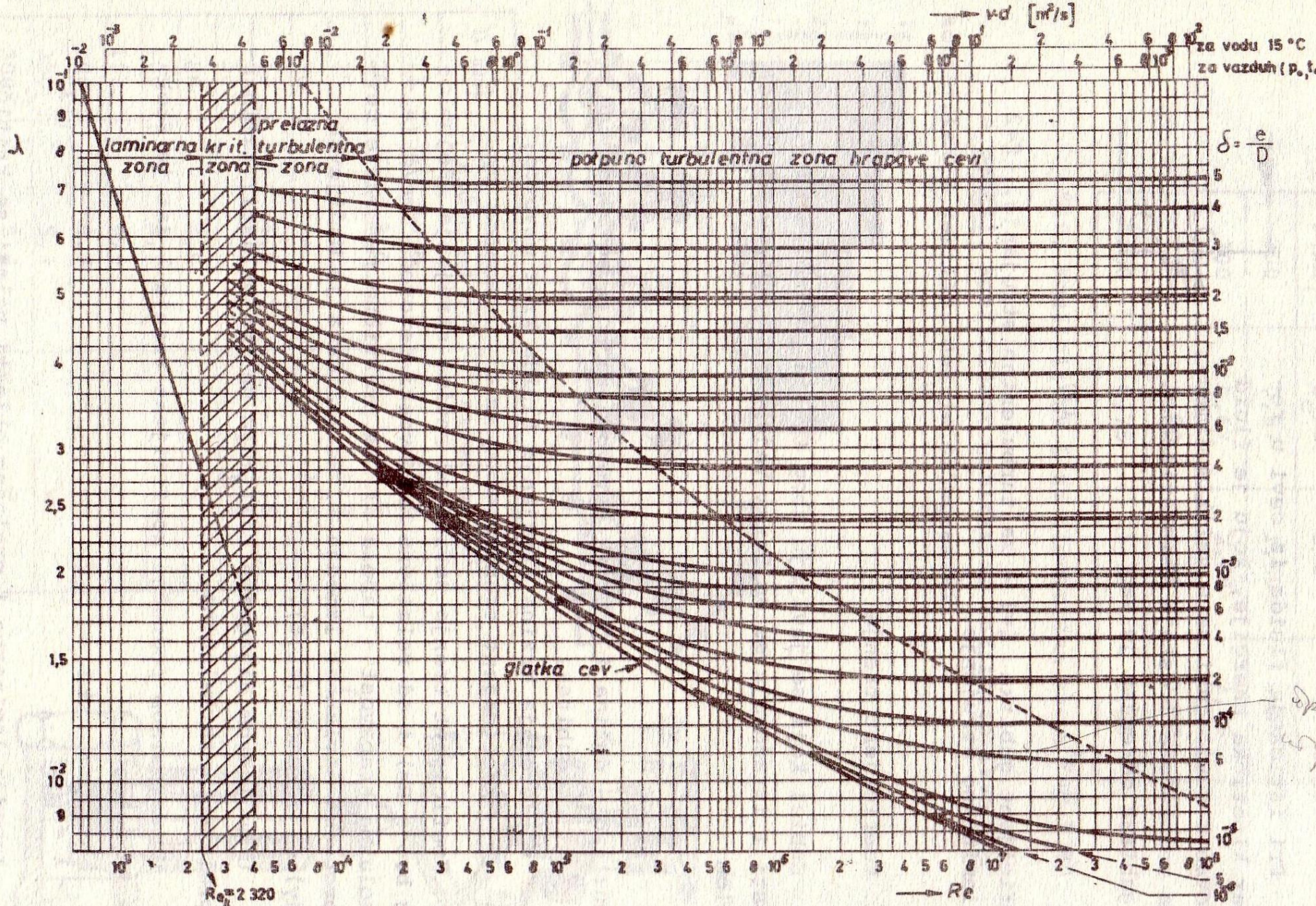
У Мудијевом дијаграму разликују се три области: ламинарна, прелазна и турбулентна.

У ламинарној области  $\lambda=64/Re$ . Између ламинарне и прелазне области налази се критична зона,  $2000 < Re < 4000$ , где се може очекивати ламинаран или турбулентан режим.

У прелазној зони коефицијент трења зависи од вискозности ( $Re$ ) и од релативне храпавости. За  $\delta=0,001$  и мање, при смањењу  $Re$  у прелазној зони филм потпуно прекрива мале неравнине и вредност коефицијента трења  $\lambda$  иста је као и за потпуно глатку цев. За веће  $Re$ , неравнине се пробијају кроз ламинарни слој што проузрокује додатну турбуленцију и повећани губитак енергије.

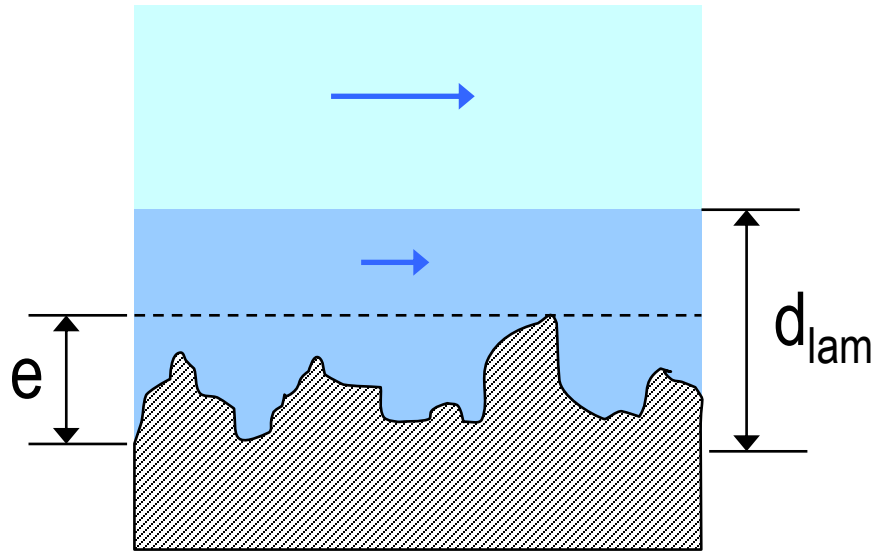
За области потпуне турбуленције (храпаве цеви) дебљина филма је занемарљива у односу на храпавост, што изазива потпуно турбулентно струјање у целом пресеку цеви. Вискозност нема утицаја на изгубљену енергију која је сразмерна  $v^2$  и коефицијент трења не зависи од  $Re$ .





2/2  
 1/2

# Koeficijent trenja hrapavih cevi



	$e$
staklene	$<1 \mu\text{m}$
bakarne, plastične	0,01 mm
valjane čelične	0,1 mm
livene čelične	0,5 mm
betonske	2 mm

ponašanje cevi obično zavisi od odnosa  $e/R$

VRSTA CEVI - MATERIJAL	STANJE CEVI	e [mm]
VOČENE CEVI IZ BAKRA, MESINGA ILI STAKLA I SL.	TEHNIČKI GLATKE	0,0015
VOČENE ČELIČNE CEVI (MANNESMANN)	NOVE	0,03
	ČIŠĆENE POSLE DUŽE UPOTREBE	0,15 - 0,2
	ZARDJALE	0,4
	SA JAKOM KOROZIJOM I RDJOM	do 3
ZAVARENE ČELIČNE CEVI (ZA HIDROCENTRALE I DRUGE VELIKE CEVOVODE)	NOVE, BITUMINIRANE	0,05
	UPOTREBLJAVANE	
	JEDNOLIKO LAKO ZARDJANE	0,15
	POSLE DUGOGODIŠNJE UPOTREBE	0,5
	JACHE ZARDJANE	1 - 1,5
	JAKO ZARDJANE I KORODIRANE	2 - 4
POCINKOVANE GASNE I VODOVODNE CEVI OD 1/2"-4"	NOVE	0,05 - 0,1
LIVENE CEVI	NOVE	0,25 - 1
	NOVE BITUMINIRANE UPOTREBLJAVANE	0,1 - 0,15
	MESTIMIČNO ZARDJANE	1 - 1,5
	SA KORODIRANIM GNEZDIMA	1,5 - 4
	OČIŠĆENE POSLE DUGE UPOTREBE	0,3 - 1,5
DRVENE CEVI	RAZNE	0,2 - 1
BETONSKE CEVI	GLAČANE	0,3 - 0,8
	NEOBRADJENE	
CEVI OD AZBESTNOG CEMENTA	NOVE	0,05 - 1

# Kratki objekti i lokalne promene u strujanju

- Izražavanje gubitaka energije u lokalnom poremećaju struje u cevi
- Opšti naziv za koncentrisani gubitak energije na manjem prostoru (u mestu) izazvan lokalnim poremećajem strujanja zove se **lokalni gubitak energije**.

- Sa praktičnog stanovišta treba pre svega oceniti iznos tog gubitka, koji ulazi u energetski obračun struje, odnosno u jednačinu energije primenjivu za struju između dva preseka:

$$\left(\Pi + \frac{v^2}{2g}\right)_I - \left(\Pi + \frac{v^2}{2g}\right)_{II} = E_{izg}^{I-II}$$

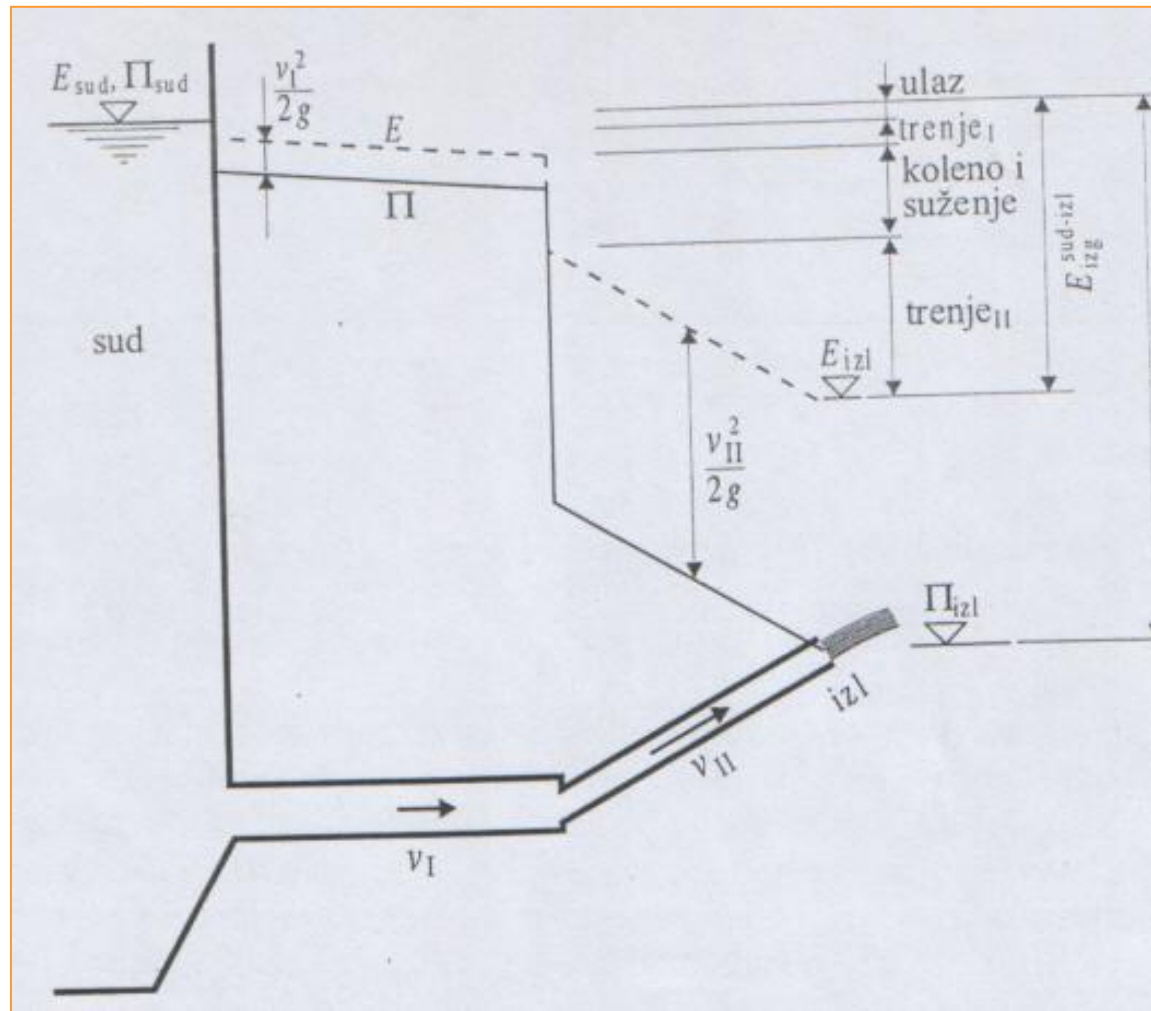
- Kao što smo konstatovali ranije, desna strana ove jednačine izražava izgublenu energiju po jedinici težine između preseka ( I i II).
- U izgublenu energiju će osim linijskog gubitka na trenje o zidove cevi ući i lokalni gubitak, ako ima nekog poremećaja u strujanju između ta dva posmatrana preseka.

- Izgubljena energija na lokalnom poremećaju određuje se eksperimentalno, samo se u retkim slučajevima do nje može doći analitički.
- Uobičajeni izraz za obeležavanje lokalnog gubitka energije usled lokalnog poremećaja je:

$$E_{\text{izg}} \approx \xi_{\text{lok}}^2 v^2$$

- Lokalni gubitak se obično prikazuje naglim (skokovitim) spuštanjem linije energije, iako se faktički taj gubitak ne ostvaruje striktno u jednom preseku, nego na izvesnoj dužini.

- Svaki lokalni gubitak se obračunava posebno, osim kad su neposredno jedan pored drugog, i tada se njihovi uticaji ne mogu razdvojiti, pa se uračunavaju zajedno.



- Prvo se crta energetska linija a posle pijezo linija-punom linijom!
- Kada je brzina konstantna (nema promene poprečnog preseka) duž toka, energetska i pijezo linija su paralelne.
- Jednačina energije se može napisati:

$$E_{sud} - E_{izl} = E_{izg}^{sud-izl}$$

$$\left(\Pi_s + \frac{v_{sud}^2}{2g}\right) - \left(\Pi_{izl} + \frac{v_{izl}^2}{2g}\right) = E_{izg}^{sud-izl} \Rightarrow v_{izl} = v_{II}$$

$$\Pi_s - \Pi_{izl} - \frac{v_{II}^2}{2g} = E_{izg}^{sud-izl}$$

$$\Delta \Pi = E_{izg}^{sud-izl} + \frac{v_{II}^2}{2g}$$



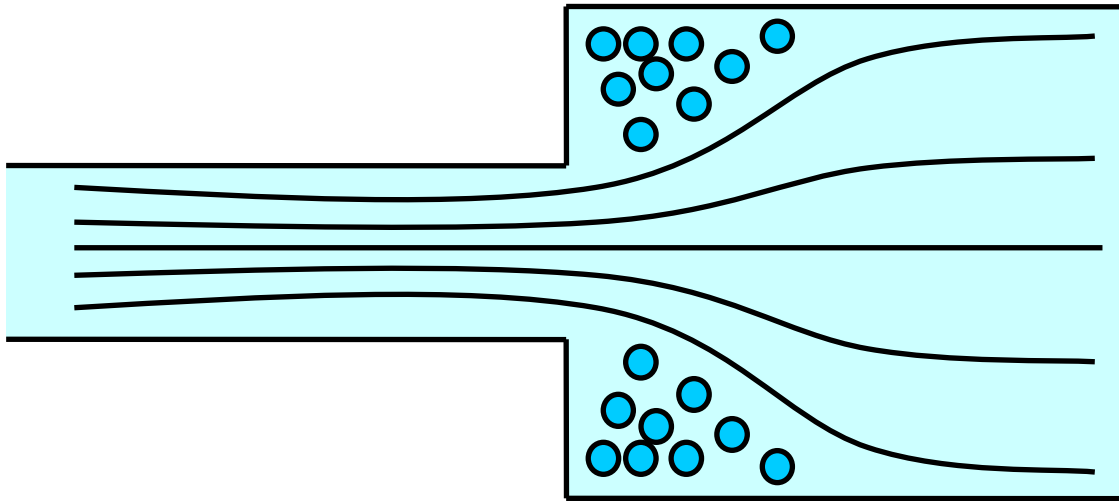
- **Neki primeri lokalnih gubitaka energije**

- Promena poprečnog preseka

- **Naglo proširenje**

- Za ovaj oblik lokalnog poremećaja postoji analitičko rešenje, koje se zasniva na “teoremi Borda” i izvodi se postavljanjem dinamičke jednačine ravnoteže sila.

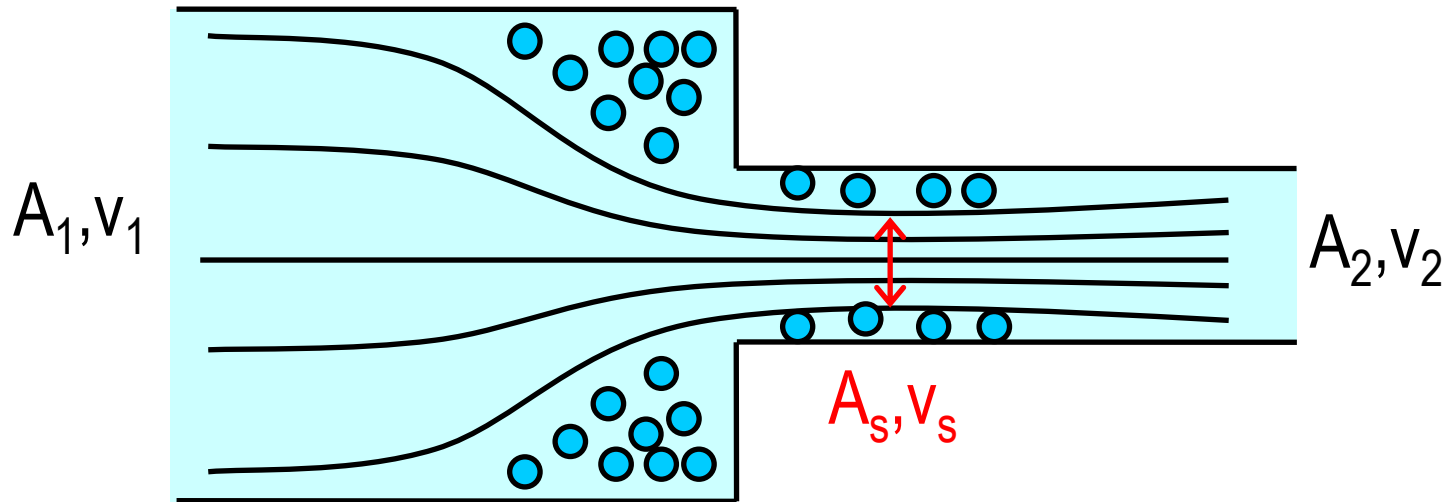
## Naglo proširenje



$$\Delta h_l = \frac{\Delta v^2}{2g}$$

**Borda-Carnot-ov  
gubitak**

## Naglo suženje



kontrakcija mlaza:

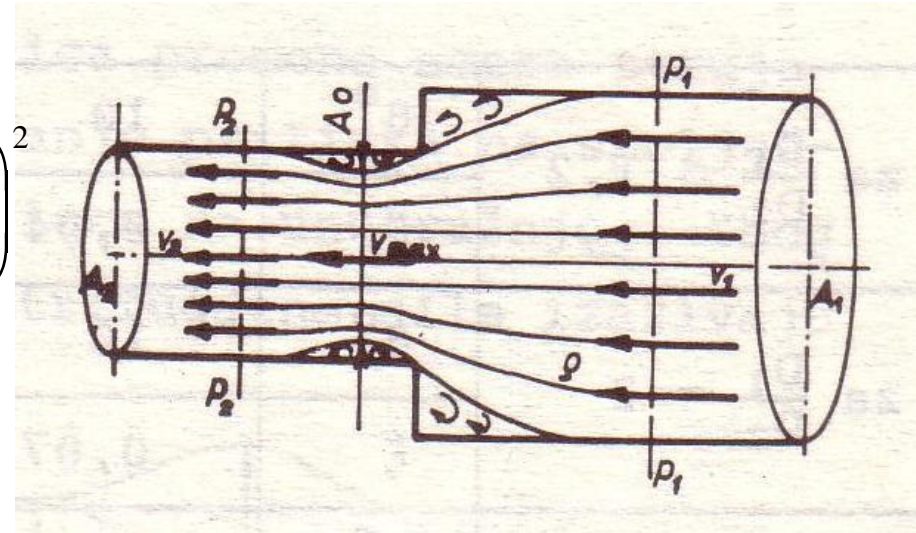
$$\mu = \frac{A_s}{A_2}$$

- сужења

нагло сужење

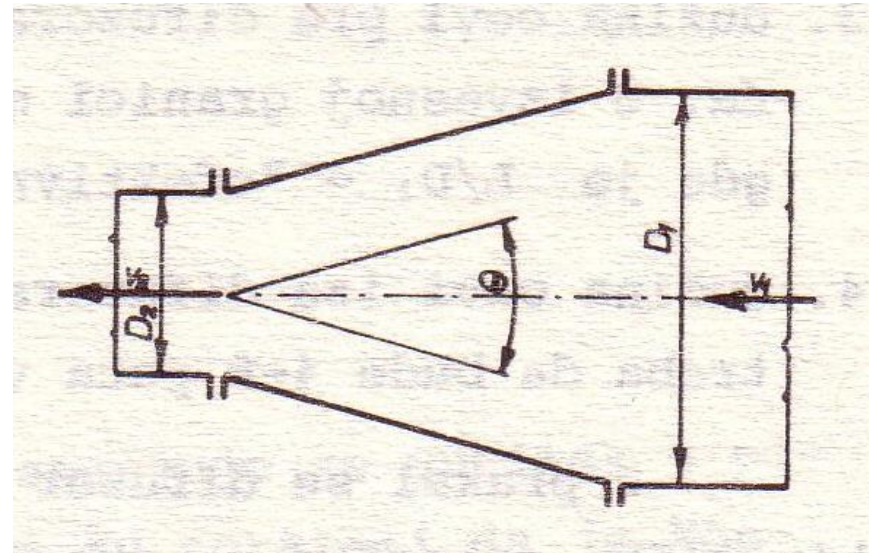
$$\Delta h = \frac{1}{2g} (v_{\max} - v_2)^2 = \frac{1}{2g} v_2^2 \left( \frac{A_2}{A_0} - 1 \right)^2$$

$$\zeta = \left( \frac{A_2}{A_0} - 1 \right)^2$$

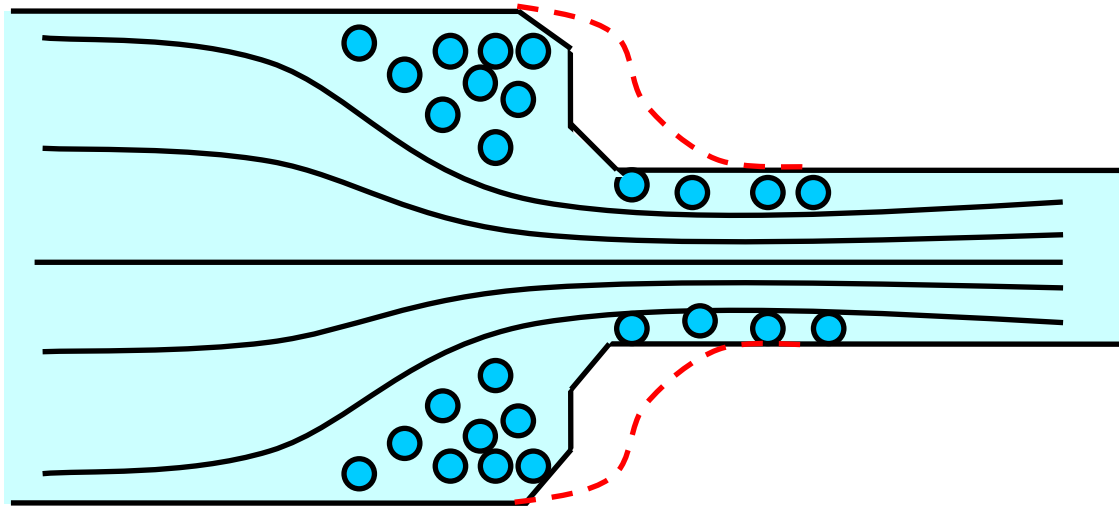


млазник

$$\Delta h = \zeta \frac{v_2^2}{2g}$$



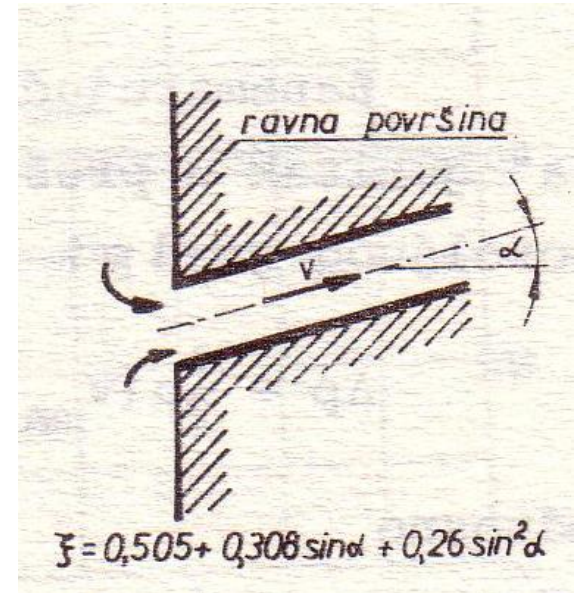
## Naglo suženje



**otupljivanje oštrih rubova smanjuje  
gubitke na 50%, a obli rubovi na 25%!**

# улазни губитак

Улазни губитак је мањи ако је улаз подешен тако да је блажа промена струјнице.



četvrtina elipse

$\zeta = 0,05$

zavisno od oblika i obrade može se postići

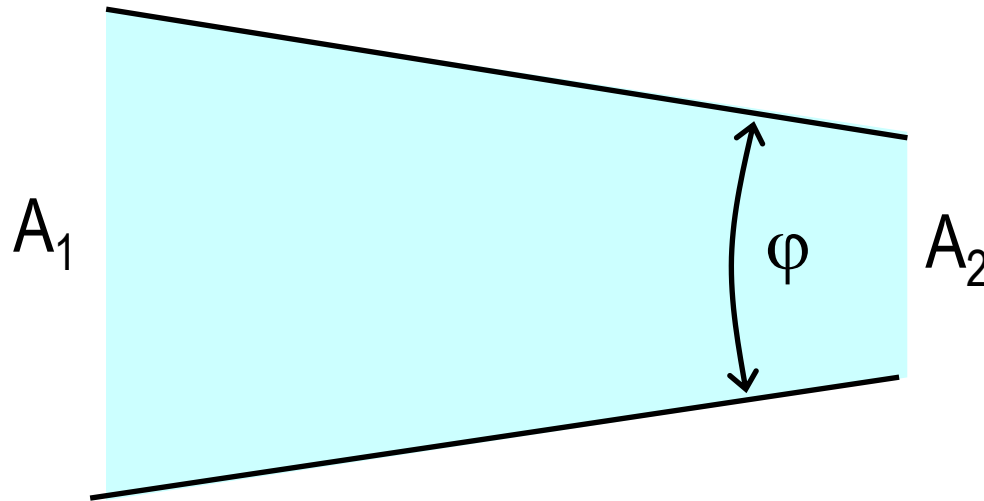
$\zeta = 0,01 - 0,02$

isturena cev

za	$\frac{b}{a}$	0	0,02	0,05
1=0,5a	$\zeta$	1,0	0,73	0,5

$\frac{r}{D}$	0,02	0,05	0,15	0,2
$\zeta$	0,37	0,15	0,06	0,03

## Postepeno suženje (difuzor)



**gubici dolaze samo od trenja i maleni su. Za uglove manje od  $30^\circ$  ih zanemarujemo, a kod uglova većih od  $60^\circ$  suženje više nije**

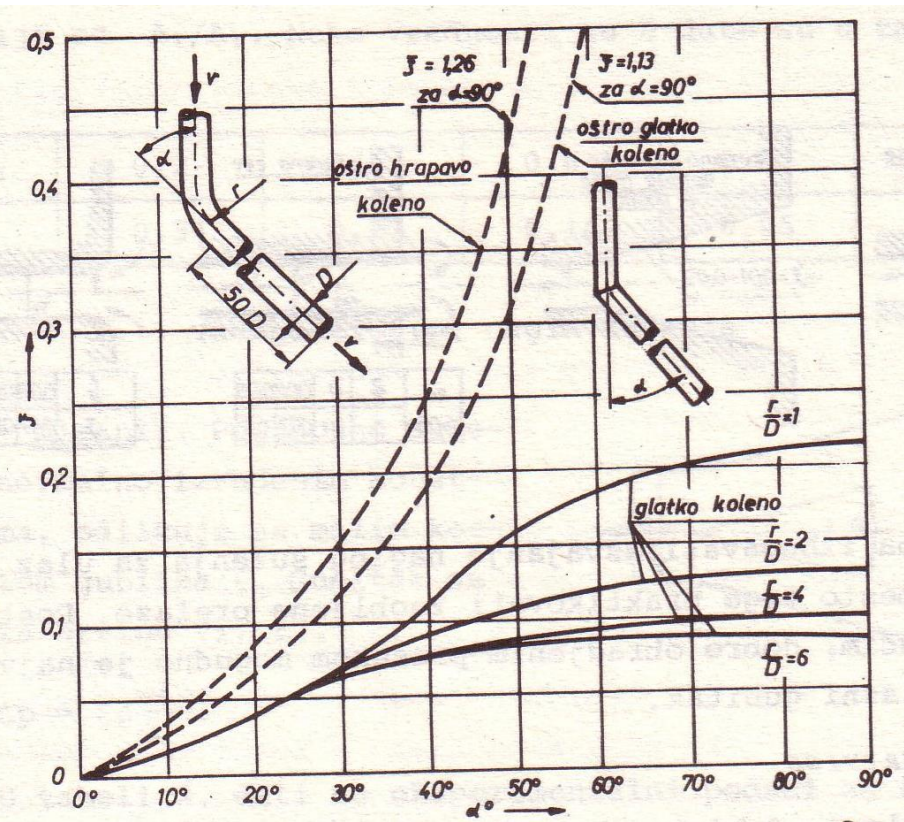
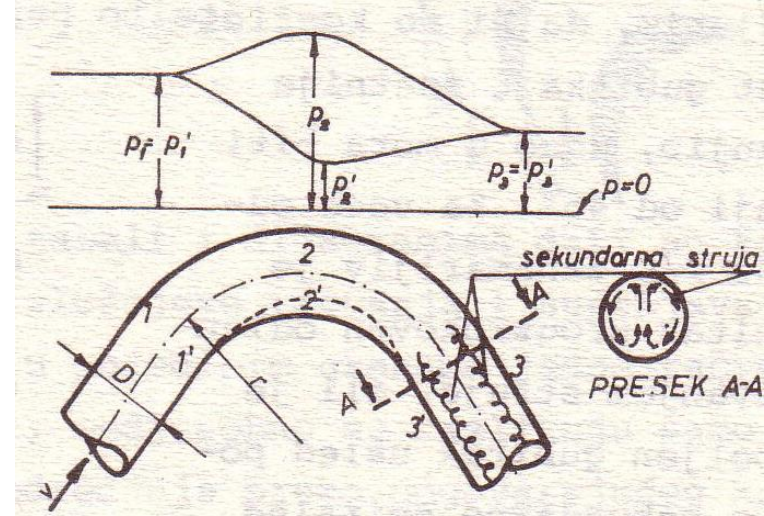
$\varphi$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\zeta_2$	0,02	0,04	0,07

# - кривине

## колено

Губици у колелу проузроковани су повећаном турбуленцијом која је последица промене смера струјања. Промена струјања изазива повећање притиска на спољашњој страни кривине и смањење притиска на унутрашњој. Тиме се нарушава профил брзине и центрифугалне силе изазивају секундарно струјање.

Колена мањег угла од  $90^\circ$  имају мање коефицијенте губитака. Да би се губитак знатније смањио, потребно је да угао буде мањи од  $45^\circ$ .





# КРИВИНЕ

## - колено

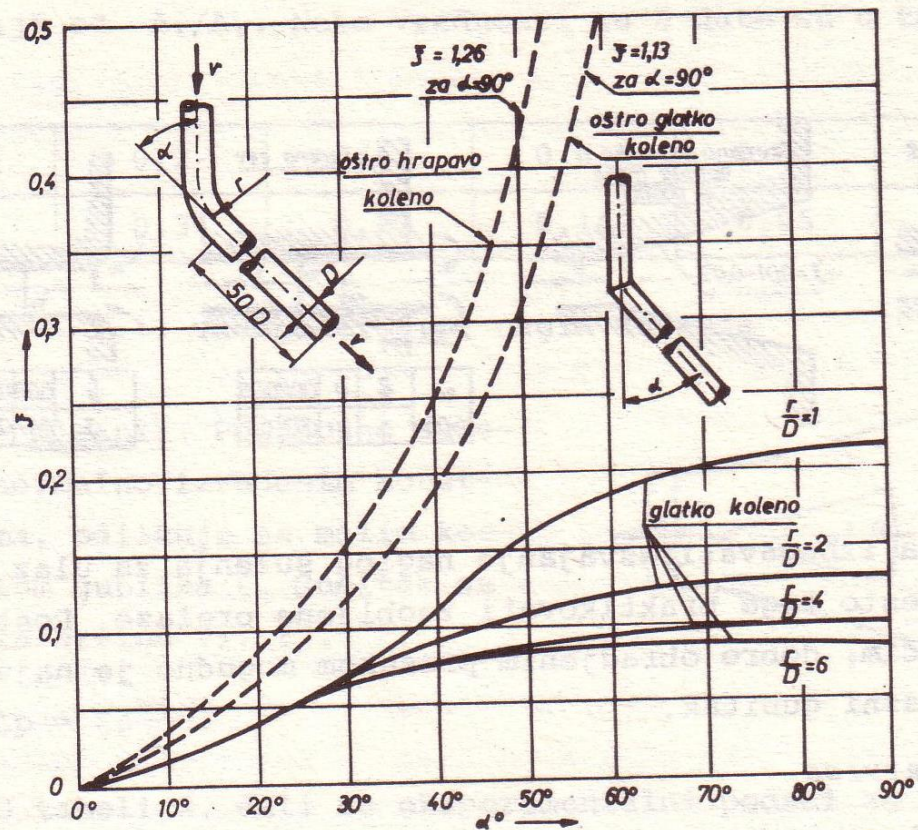
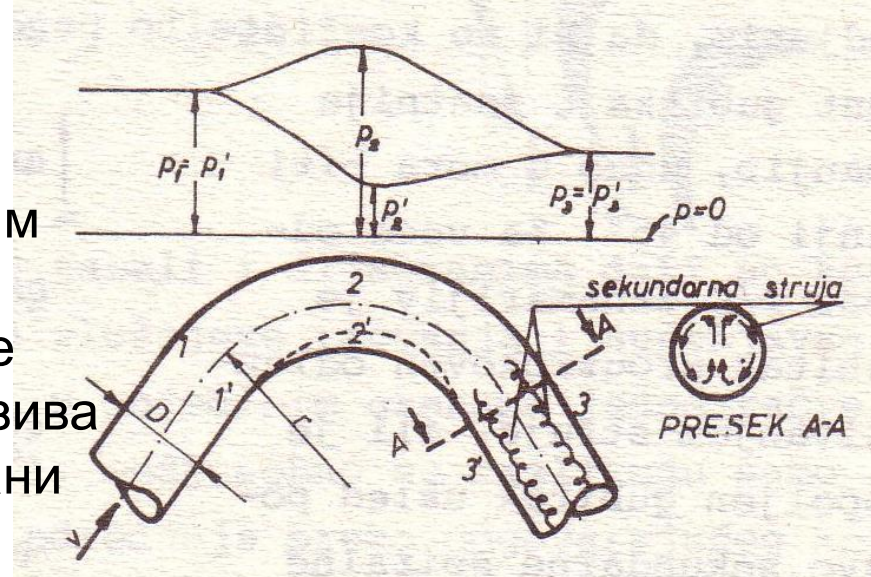
Губици у коленима већи су него у правим цевима исте дужине због повећане турбуленције која је последица промене смера струјања. Промена струјања изазива повећање притиска на спољашњој страни кривине и смањење на унутрашњој.

$$\zeta = \frac{\Delta p}{\rho v^2 / 2} \quad \text{зависи од } r/D, \text{ а не од Рејнолдсовог броја}$$

Колена угла мањег од  $90^\circ$  имају мањи коеф. губитака. Да би се он знатно смањио, потребно је да је угао кривине мањи од  $45^\circ$ .

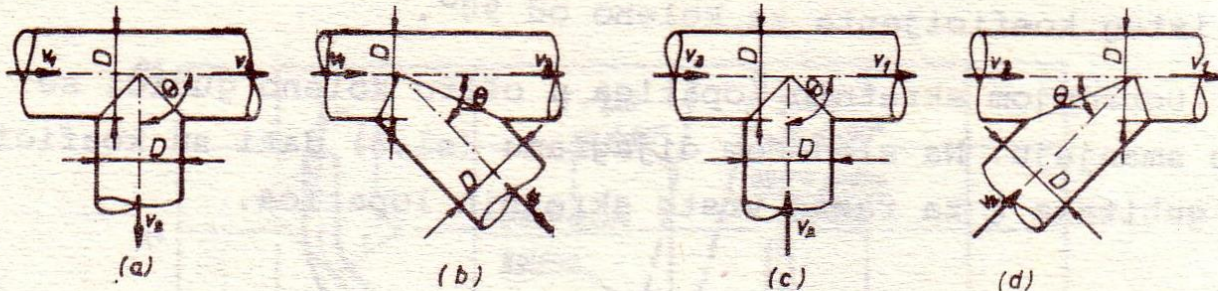
За веће односе  $r/D$  губитак услед одлепљивања струје је занемарљив, али се испољава секундарна струја.

Уградњом скретних лопатица у колено, губици се знатно смањују.



# РАЧВЕ

## - рачве и тројници

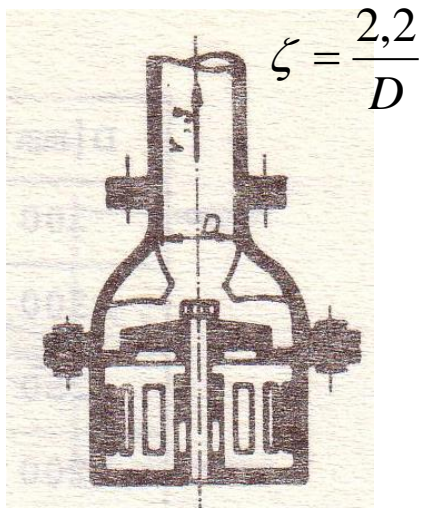


Притисак је једнак за све гране: уструјно, ниструјно и рачва (за тачку рачвања). Важи за све струјне мреже (водовод, гасовод, нафтовод).

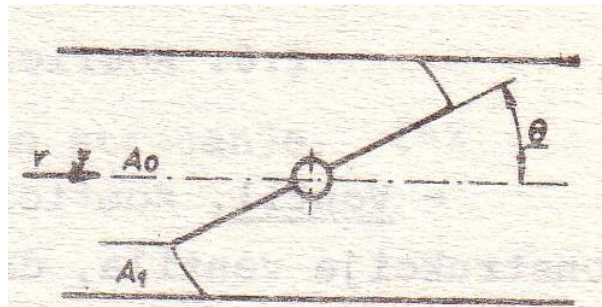
	$v_2/v_1$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Račvanje (a) $\theta = 90^\circ$	$\xi_{1-2}$	0,96	0,88	0,89	0,96	1,10	1,0
	$\xi_{1-3}$	0,05	-0,08	-0,04	0,07	0,21	0,35
Račvanje (b) $\theta = 45^\circ$	$\xi_{1-2}$	0,90	0,66	0,47	0,33	0,29	0,35
	$\xi_{1-3}$	0,04	-0,06	-0,04	0,07	0,20	0,33
Sučeljavanje (c) $\theta = 90^\circ$	$\xi_{2-1}$	-1,04	-0,40	0,20	0,47	0,73	0,92
	$\xi_{3-1}$	0,06	0,18	0,30	0,40	0,50	0,60
Sučeljavanje (d) $\theta = 45^\circ$	$\xi_{2-1}$	-0,90	-0,37	0	0,22	0,37	0,38
	$\xi_{3-1}$	0,05	0,17	0,18	0,05	-0,20	-0,57

# ЦЕВНЕ АРМАТУРЕ

- усисна корпа



- затварач (лептир)

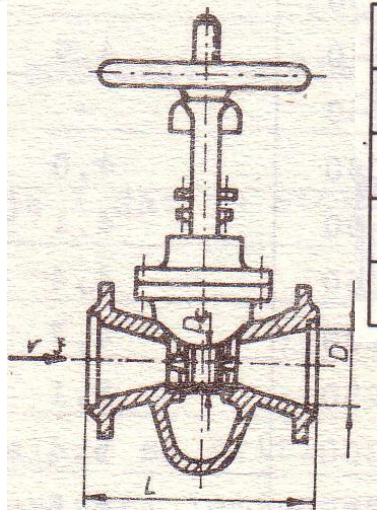
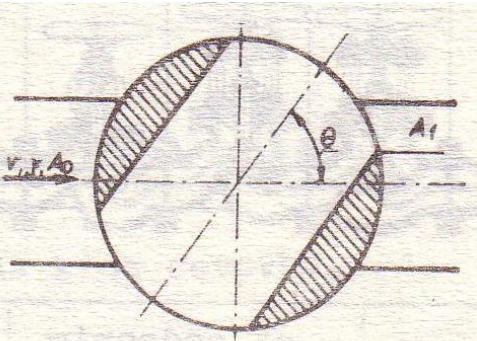


$\theta^\circ$	5	10	15	20	25	30	40	50	60	65	70	90
$\xi$	0,24	0,52	0,90	1,54	2,51	3,91	10,8	32,6	118	256	751	$\infty$

са једносмерним вентилом

- славина

- засун

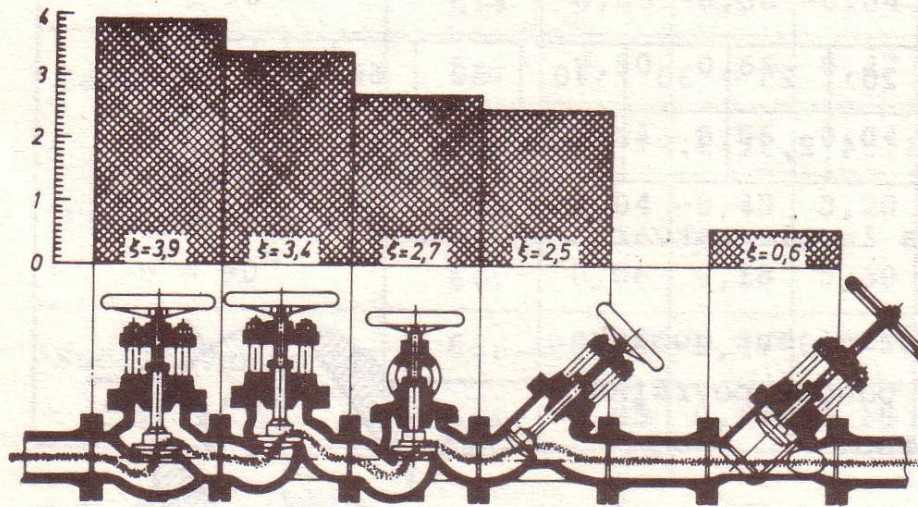


D [mm]	$D_c/D$	L/D	$\xi$
300	0,67	1,50	1,45
300	0,67	2,68	2,80
250	0,80	1,50	0,39
200	0,75	1,33	0,60

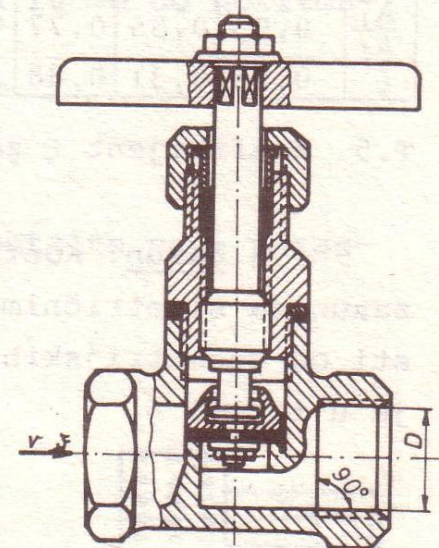
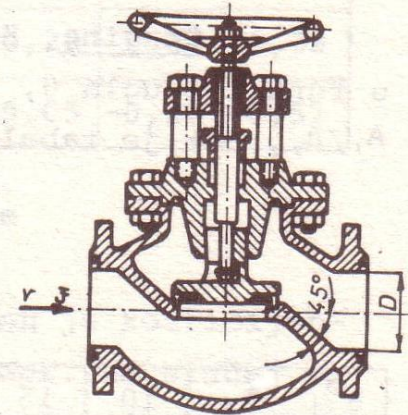
за симетричан засун

$\theta^\circ$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	67
$\frac{A_1}{A_0}$	0,93	0,85	0,77	0,69	0,60	0,52	0,44	0,35	0,27	0,19	0,11	0
$\xi$	0,05	0,31	0,88	1,84	3,45	6,15	11,2	20,7	41,0	95,3	275	$\infty$

# - ВЕНТИЛИ



D [mm]	$\xi$ sa podeonim zidom od 45°	$\xi$ sa podeonim zidom od 90°
13	10,8	15,9
20	8,0	10,5
25	-	9,3
30	-	8,6
40	4,9	7,6
50	-	6,9
80	4,0	-
100	4,1	-
150	4,4	-
200	4,7	-
250	5,1	-
300	5,4	-
350	5,5	-

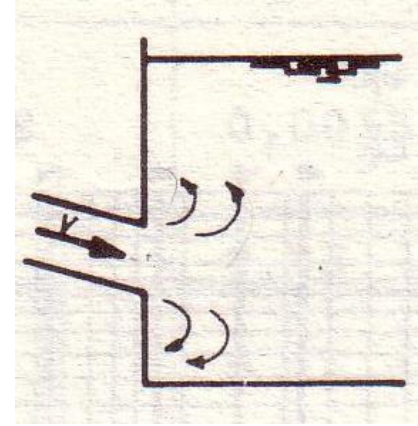


# ИЗЛАЗНИ ГУБИТАК

При истицању флуида из цеви у резервоар, кинетичка енергија коју је флуид поседовао у цеви губи се у великим димензијама резервоара и остаје неискоришћена.

$$\Delta h = \zeta \frac{1}{2g} v^2$$

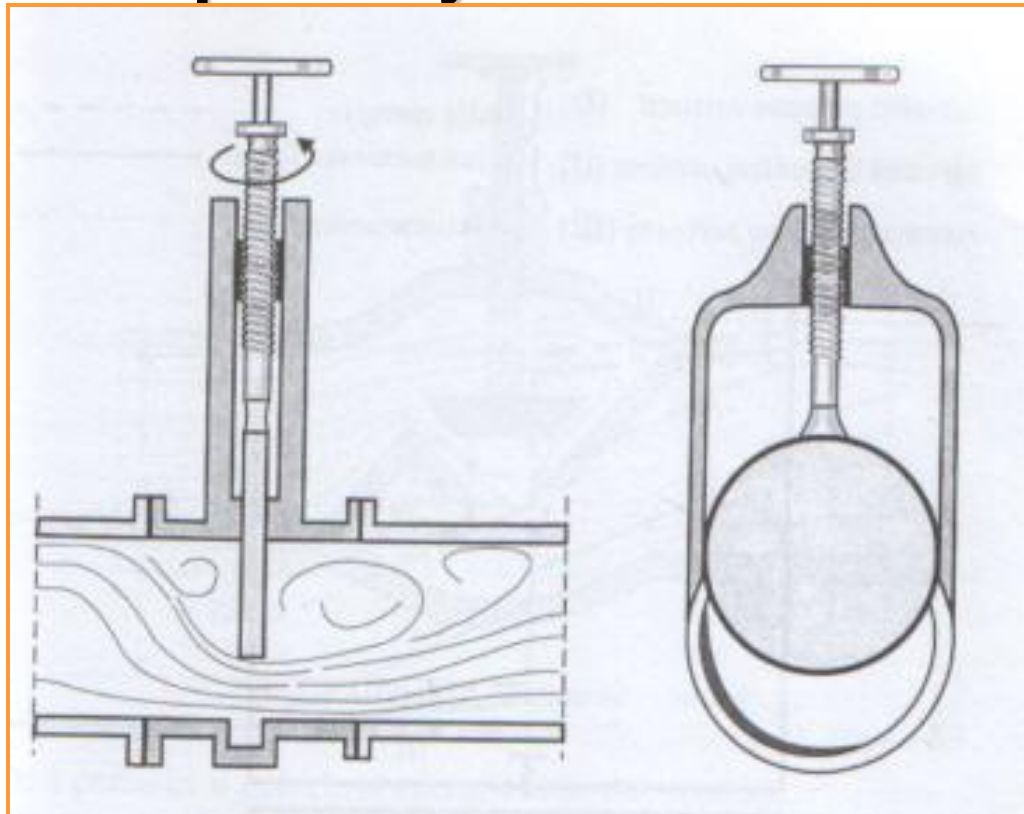
Коефицијент губитка је 1, јер се губи целокупна “брзинска висина” односно кинетичка енергија.



# Zatvarači

- **Uloga zatvarača na cevnoj mreži je da osim u slučaju havarije, kada zatvaraju tok mogu i da regulišu proticaj u cevnoj mreži.**
- **Naime, delimičnim zatvaranjem povećavamo koeficijent lokalnog gubitka a sa tim i gubitak energije.**
- **Kao posledica, javlja se smanjenje proticaja u sistemu.**

- Jedan od mnogobrojnih zatvarača je tzv. “**tablasti zatvarač**”
- Slobodan otvor za proticanje određuje položaj zatvarača, on se podiže, odnosno spušta na onaj položaj kojim se ostvaruje zahtevani proticaj



- Na narednoj slici, sa (I) nacrtane su linije energije i piježometarska za potpuno otvoren zatvarač, pri čemu je izgubljena energija minimalno moguća, a proticaj maksimalno moguć za raspoloživu visinsku razliku  $H$  između nivoa u rezervoaru.
- Na istoj slici, sa (II) prikazane su linije energije i piježometarska za delimično otvoren zatvarač kojim se ostvaruje izgubljena energija baš onolika koliko zahteva proticaj koji se propušta.
- Na istoj slici tačkastom linijom prikazana je piježometarska linija za hidrostatičko stanje pri potpuno zatvorenom zatvaraču!



zatvarač potpuno otvoren (I)	} linija energije	-----	
zatvarač delimično otvoren (II)		} piježometarska linija	—————
zatvarač potpuno zatvoren (III)		} piježometarska linija	.....

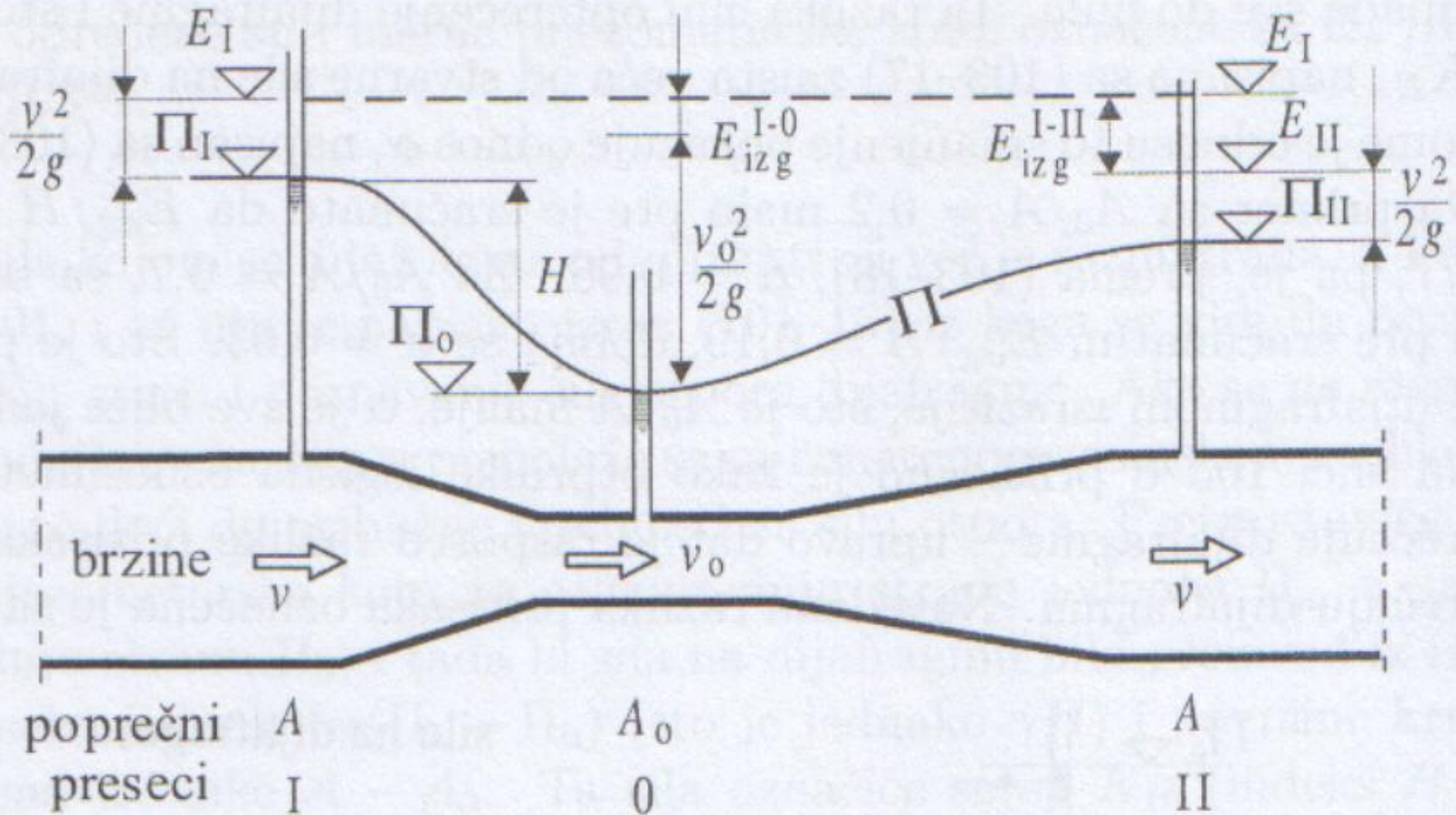


# Regulisanje proticaja zatvaračem

- Prethodna razmatranja dozvoljavju da se izvedu sledeći zaključci:
  - a) Zatvarač je lokalni poremećaj sa promenljivim čvrstim granicama strujanja, pa to nameće i promenljivost koeficijenta lokalnog gubitka energije.
  - b) Za praktično rešenje zadatka merodavno je stanje potpune otvorenosti zatvarača, odgovarajući gubitak energije obezbeđuje maksimalno moguću propusnu moć
  - c) Treba obratiti pažnju na to da li pritvoreni zatvarač stvarajući velike lokalne brzine ne stvara nedozvoljene snižene pritiske

- Za određivanje proticaja može da posluži suženje u cevi-to je tzv.

## Venturijev vodomer (VENTURI)



- Jednačina energije za presek ispred suženja (gde su površina i brzina  $A$  i  $v$ ) i presek u suženju (gde su  $A_0$ ,  $v_0$ ):

$$\Pi_1 + \frac{v^2}{2g} = \Pi_0 + \frac{v_0^2}{2g} + E_{izg}^{I-0}$$

$$E_{izg}^{I-0} = \psi \frac{v_0^2}{2g}$$

- Ovaj gubitak suštinski nije lokalni nego je uglavnom trenje i stoga nije uzet uobičajeni koeficijent lokalnog gubitka, nego je data druga oznaka.

Jednačina energije nakon zamene, svodi se na:

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \left( 1 - \frac{v^2}{v_0^2} + \psi \right) = \frac{v_0^2}{2g} \left( 1 - \frac{A_0^2}{A^2} + \psi \right)$$

$$Q = \frac{C_v}{\sqrt{1 - \frac{A_0^2}{A^2}}} A_0 \sqrt{2gH}$$

**Ako se mere proticaj  $Q$  i visinska razlika  $H$ , prethodna jednačina utvrđuje vrednost koeficijenta brzine  $C_v$  ( $C_v=0.98$ ). Napominje se da kod Venturijevog vodomera nema skupljanja mlaza.**